**Nombre del alumno:** ....................................................................................

**MÉTODOS DE LA FÍSICA MATEMÁTICA**

Primer examen parcial. Curso 06/07

1. Determina la "función de Green" $G(x,y)$ que satisface la ecuación

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}G(x,y) = \delta(x-y) - \frac{1}{2}$$

y las condiciones

$$G(-1,y) = G(1,y)$$
$$\left[\frac{\partial}{\partial x}G(x,y)\right]_{x=1} = \left[\frac{\partial}{\partial x}G(x,y)\right]_{x=-1}$$
$$\int_{-1}^{1} dx G(x,y) = 0.$$

2. Emplea la fórmula de Rodrigues de los polinomios de Legendre

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n$$

para demostrar que

$$\ln(1-x) = -\sum_{n=0}^{\infty}\frac{2n+1}{n(n+1)}\,P_n(x)$$

3. Resuelve la ecuación de difusión

$$u_t = u_{xx} + u, \quad 0 \le x \le \pi, \quad t > 0,$$

con las condiciones de contorno *no homogéneas* $u(0,t) = 1$, $u(\pi,t) = -1$ y la condición inicial $u(x,0) = f(x)$. Halla de forma explícita las soluciones para:

*a*) $u(x,0) = \mathrm{sen}(x) + \cos(x)$,

*b*) $u(x,0) = \mathrm{sen}(x) + \mathrm{sen}(3x) + \cos(x)$