

Nombre del alumno:

MÉTODOS DE LA FÍSICA MATEMÁTICA

Segundo examen parcial. Curso 08/09

1. (2 puntos) **Teoría** ¿En qué consiste el método de Laplace? ¿Cuáles son sus ideas principales? Ilustra tus argumentos con la integral

$$\int_0^{\infty} [1 + \cos(t)] e^{x(1-t-t^2)} dt, \quad x \rightarrow \infty.$$

2. (2 puntos) Sea

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(1-y)x, \\ \dot{y} &= -b(1-x)y, \end{aligned}$$

con $a > 0$ y $b > 0$, el sistema que describe la evolución de población x e y de dos especies distintas (por tanto $x \geq 0$ y $y \geq 0$). Se pide hallar los puntos críticos de este sistema, determinar su tipo, y estimar las trayectorias en sus vecindades. Con esta información se pide trazar un esquema cualitativo aproximado de las trayectorias solución.

3. (2 puntos) Encuentra mediante el método de Krylov-Bogoliubov la solución aproximada del oscilador

$$\ddot{x} + x + \epsilon(\dot{x} + \operatorname{sgn} \dot{x}) = 0.$$

4. (2.5 puntos) Encuentra la solución de la ecuación integral

$$\varphi(x) = 1 + \int_0^x \operatorname{sen}(x-y)\varphi(y)dy$$

mediante dos métodos distintos.

5. (1.5 puntos) Halla el desarrollo asintótico completo de

$$\int_x^{\infty} t^{-1/2} e^{it} dt, \quad x \rightarrow \infty.$$