Nombre del alumno: ....

MÉTODOS DE LA FÍSICA MATEMÁTICA

Examen extraordinario de febrero de 2006

1. Halla en forma cerrada la función de Green del problema

$$\begin{aligned} x^2y'' + 2xy' = x, &\quad 0 \le x \le 1 \\ y(0) = \text{finito} & \\ y(1) + y'(1) = 0 \ . & \end{aligned}$$

   Usa la función de Green para calcular la solución $y(x)$ de este problema.

2. Halla el valor de la integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, x^3\, e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) \ .$$

3. La superficie de un cilindro infinito de radio unidad se mantiene a temperatura $u(r = 1, \theta) = f(\theta)$. Calcúlese el campo de temperaturas estacionario $u(r, \theta)$ en el interior del cilindro. Hállese la solución explícita si $f(\theta) = \sin(2\theta)$.

4. Escribe el término x^3 como $\omega^2 x(x^3 - x)$ con $\omega = 1$ para hallar una solución aproximada del oscilador

$$\ddot{x} + \mu\dot{x} + x^3 = 0$$

   mediante el método de Krylov-Bogoliubov.

5. Halla todas las soluciones posibles de la ecuación integral

$$\varphi(x) = x^3 - x + \lambda \int_{-1}^{1} dt\, (x^2 - 2xt)\varphi(t) \ .$$