Nombre del alumno: ....

MÉTODOS DE LA FÍSICA MATEMÁTICA

Segundo parcial. Curso 2003/04

1. Sea la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0, \quad 0\le x\le 1, \quad 0\le y\le 1,$$

con las condiciones de contorno $u(0,y)=u(x,0)=u(x,1)=0$, $u(1,y)=0$.

a) Discretiza la ecuación anterior usando los valores $\Delta x=\Delta y=1/3$ y halla la correspondiente solución numérica.

b) Usa la discretización anterior y el método iterativo de Jacobi para calcular las cuatro primeras estimaciones de la solución: $u_{j,l}^{[1]}$, $u_{j,l}^{[2]}$, $u_{j,l}^{[3]}$, $u_{j,l}^{[4]}$. Toma la solución nula como solución aproximada de la iteración de orden cero: $u_{j,l}^{[0]}=0$. Compara con la solución del apartado (a).

c) Usa la discretización del apartado (a) y el método iterativo de Jacobi para calcular las tres primeras estimaciones de la solución: $u_{j,l}^{[1]}$, $u_{j,l}^{[2]}$, $u_{j,l}^{[3]}$. Toma la solución nula como solución aproximada de la iteración de orden cero, $u_{j,l}^{[0]}=0$. Compara con la solución del apartado (a) y (b).

2. *a*) Usa el método de balance armónico para hallar una solución aproximada de la ecuación

$$\ddot{x}+x^3=0.$$

b) Escribe el término x^3 como $\omega^2 x+(x^3-x)$ con $\omega=1$ para hallar una solución aproximada del oscilador

$$\ddot{x}+\mu\dot{x}+x^3=0$$

mediante el método de Krylov-Bogoliubov.

3. Halla todas las soluciones posibles de la ecuación integral

$$\varphi(x)=x+\lambda\int_0^1 (2-4x^2)\,y\,\varphi(y)dy.$$

Halla la solución, si existe, de la ecuación homogénea.

4. *a*) Halla los dos primeros términos del desarrollo asintótico de

$$\int_x^\infty e^{-t^2}dt \quad \text{para} \quad x\to\infty.$$

b) Halla el desarrollo asintótico completo de

$$\int_1^2 t^{1/2}e^{-xt}dt \quad \text{para} \quad x\to\infty.$$