Nombre del alumno: ....

MÉTODOS DE LA FÍSICA MATEMÁTICA

Examen extraordinario de febrero de 2003

1. Evalua la integral
$$I = \int_0^\infty dx x^{\alpha+2} e^{-x} L_n^{(\alpha)}(x) L_m^{(\alpha)}(x)$$

2. Resuelve mediante separación de variables la ecuación de ondas
$$u_{tt} - u_{xx} - u = 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad t > 0,$$
con las condiciones de contorno $u(0,t) = 0$, $u(1,t) = 0$ y la condición inicial $u(x,0) = \mathrm{sen}(4\pi x)$ y $u_t(x,0) = 0$.

3. *a*) Resuelve la ecuación integral
$$f(x) = x + \lambda \int_0^1 dy(y + xy^2) f(y)$$
   b) Calcula los autovalores y autofunciones de la ecuación integral
$$f(x) = \lambda \int_0^1 dy(y + xy^2) f(y)$$

4. Se pide resolver numéricamente mediante el método explícito la ecuación de difusión $u_t = u_{xx}$ con la condición inicial $u(x, t = 0) = \mathrm{sen}\, \pi x$ y las condiciones de contorno:
   a) $u(x = 0, t) = 0$, $u(x = 1, t) = 0$;
   b) $u_x(x = 0, t) = 1$, $u(x = 1, t) = 0$.

   Usa el discretizado $\Delta x = 1/3$ y $\Delta t = 1/18$ para hallar la solución $u(x_j, t_m)$ en los puntos espacio-temporales $x_j = j\Delta x$ y $t_m = m\Delta t$, $m = 1, 2$, con un error de discretización de orden Δt y $(\Delta x)^2$.