

Nombre del alumno: .....

**MÉTODOS DE LA FÍSICA MATEMÁTICA**  
Examen extraordinario de septiembre. Curso 2002/03

1. Halla en forma cerrada la función de Green del problema

$$y'' - y = 1, \quad 1 \leq x$$

con condiciones de contorno  $y(1) = 0$ ,  $y(\infty) = \text{finito}$ .

2. Resuelve la ecuación de ondas

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

con las condiciones iniciales

$$u(x, 0) = \text{sen } x + 2 \text{sen } 3x,$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{t=0} = 0$$

y condiciones de contorno  $u(0, t) = u(\pi, t) = 0$ .

3. Halla el tipo y la estabilidad de los puntos críticos del sistema

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= x - y, \\ \frac{dy}{dt} &= 1 - xy. \end{aligned} \tag{1}$$

Dibuja en el plano de fases  $(x, y)$  las trayectorias solución en las vecindades de los puntos críticos.

4. Halla todas las soluciones posibles de la ecuación integral

$$\varphi(x) = x^3 - x + \lambda \int_{-1}^1 dt (x^2 - 2xt) \varphi(t)$$