

TERMODINAMICA

Grupo 7.

Ejercicio 3

Un jarro de limonada ha estado sobre una mesa de picnic durante todo el día a 33 °C .En un momento dado, se vierten en un vaso 0,24 kg de la misma y se le añaden dos cubitos de hielo (cada uno de 0,025kg a 0°C).

a) Suponiendo que el sistema está prácticamente aislado del exterior, ¿cuál es la temperatura final de la limonada?

Datos:

$$\begin{aligned} 0,24\text{kg} &= 240\text{g limonada} & T_i &= 33^\circ\text{C} \\ 2 \times 0,025 &= 50\text{g hielo} & T_i &= 0^\circ\text{C} \end{aligned}$$

En un sistema aislado sabemos que $Q_{\text{ganado}} = Q_{\text{perdido}}$ siendo;

$$Q_g = m_{\text{hielo}} \times L_f + m_{\text{agua}} \times C_{\text{agua}} \times \Delta T = m_{\text{hielo}} \times L_{\text{hielo}} + m_{\text{agua}} \times C_{\text{agua}} (T_f - 0^\circ\text{C})$$

$$Q_p = m_{\text{agua}} \times C_e \times \Delta T = m \times C_e \times (33 - T_f)$$

Igualamos estas dos ecuaciones como hemos indicado anteriormente para averiguar la T_f .

$$240 \times 1 \times (33 - T_f) = 50 \times 79,7 + 50 \times 1 \times (T_f - 0^\circ\text{C})$$

$$7920 - 240 T_f = 3985 + 50 T_f - 0$$

$$-240 T_f - 50 T_f = 3985 - 0 - 7920; -290 T_f = -3935;$$

$$T_f = -3935 / -290; T_f = 13,57^\circ\text{C}$$

b) ¿Cuál es la temperatura final si se añaden 6 cubitos de hielo? Suponer que la limonada tiene el mismo calor específico que el agua.

En este apartado hacemos lo mismo que en el anterior ($Q_p = Q_g$), lo único que cambia es la masa del hielo que en vez de ser 50g son 150g.

$$Q_p = m \times C_e \times \Delta T = m \times C_e \times (33 - T_f)$$

$$Q_g = m_{\text{hielo}} \times L_f + m_{\text{agua}} \times C_{\text{agua}} \times \Delta T = m_{\text{hielo}} \times L_f + m_{\text{agua}} \times C_{\text{agua}} (T_f - 0^\circ)$$

$$240 \times 1 \times (33 - T_f) = 150 \times 79,7 + 150 \times 1 \times T_f - 0;$$

$$7920 - 240 T_f = 11955 + 150 T_f - 0; -240 T_f - 150 T_f = 11955 - 0 - 7920;$$

$$-390 T_f = 4035; T_f = 4035 / -390; T_f = -10,34^\circ\text{C}$$

La temperatura final no puede ser de -10°C , por ello la limonada puede tener una temperatura mínima de 0°C , por lo tanto

$$Q_p = m_l \times C_{el} \times \Delta T = 240 \times 1 \times (33 - 0) = 7920 \text{ cal}$$

$$Q_f = m_{\text{hielo}} \times L_f; 7920 = m \times 79,7; m = 99,37\text{g}$$

Restamos a la masa de 6 cubitos para ver el hielo que queda sin fundir.

$$150 - 99,37 = 50,63\text{g}$$

6. Una bala de plomo inicialmente a 30°C se funde justamente al alcanzar un objetivo. Suponiendo que toda la energía cinética inicial de la bala se transforma en aumentar su energía interna para aumentar su temperatura y luego fundirse, calcular la velocidad de impacto de la bala. Datos: Punto de fusión del plomo 600 K; calor latente de fusión 24,7 KJ/Kg; C_p Pb 128 J/Kg * k.

La energía cinética de la bala es igual $E_c = m * L_f + m * C_p * \Delta T$

$$\frac{1}{2} * m * v^2 = m * L_f + m * C_p * \Delta T$$

Y sustituyendo en la ecuación quedaría de la siguiente forma:

$$\frac{1}{2} * v^2 = 24700 \text{ J/Kg} + 128 \text{ J/Kg} * \text{K} * (600 \text{ K} - (30 + 273) \text{ K})$$

A continuación se despeja la v.

$$V = 354,16 \text{ m/s}$$

BASES FISICAS DEL MEDIO AMBIENTE

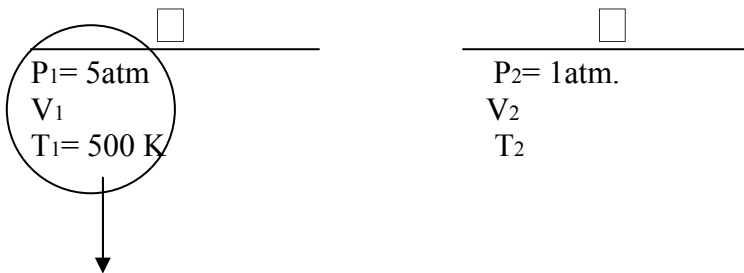
PROBLEMA 10:

La mitad de un mol de Helio (gas ideal) se expande adiabaticamente de forma cuasiestática desde una presión de 5atm y temperatura $T=500\text{ K}$ a una presión de 1atm.

Calcular:

- La temperatura final.
- El volumen final.
- El trabajo realizado por el gas.
- El cambio de energía interna del gas.

En primer lugar hay que saber que un proceso adiabático es aquel en el que no existe flujo de calor ni entrante ni saliente del sistema.



Empezamos utilizando la ecuación de los gases ideales para sacar el volumen inicial:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$
$$5 \text{ atm} \cdot V_1 = \frac{1}{2} \text{ mol} \cdot 0,0082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K} \cdot 500\text{K}$$

$$V_1 = 4,1\text{L}$$

Una vez conocido el volumen inicial utilizamos la ecuación de las adiabaticas, que nos permite conocer el volumen final, $P \cdot V^\gamma = \text{cte}$.

$$P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma$$

$$* \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5/2 \cdot R}{3/2 \cdot R}$$

Como es un gas monoatómico, utilizamos $5/2 \cdot R$ como calor específico a presión constante y $3/2 \cdot R$ como calor específico a volumen constante.

$$5 \text{ atm} \cdot (4,1\text{L})^{5/3} = 1 \text{ atm} \cdot V_2^{5/3}$$

$$V_2 = 10,77 \text{ L}$$

Utilizando nuevamente la ecuación de los gases ideales, podemos averiguar la temperatura final:

$$P_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2$$

$$1 \text{ atm} \cdot 10,77 \text{ L} = \frac{1}{2} \text{ mol} \cdot 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K} \cdot T_2$$

$$T_2 = 262,65 \text{ K}$$

Como es un proceso adiabático, el trabajo sería :

$$W = \frac{P_1 \cdot V_1 - P_2 \cdot V_2}{\gamma - 1}$$

$$W = \frac{5 \text{ atm} \cdot 4,1 \text{ L} - 1 \text{ atm} \cdot 10,77 \text{ L}}{5/3 - 1} = 101,325$$

Para pasar de Atmosferas a Pascales y de m³ a litros, y así quede todo en las unidades del sistema internacional:

$$101325 \text{ N/m}^2 / 1 \text{ atm} \cdot 1 \text{ m}^3 / 1000 \text{ L} = 101,325$$

$$W = 1478,84 \text{ J}$$

Al ser un proceso adiabático, Q=0; y por tanto:

$$\Delta U = Q - W \rightarrow \Delta U = -W$$

$$\Delta U = -1478,84 \text{ J}$$

- la temperatura final es 262,65 K
- el volumen final es 10,77L
- el trabajo realizado por el gas es 1478,84 J
- la variación de energía interna del gas es -1478,84 J

GRUPO 4:

- Ana I. Lebrato Hernández.
- María J. Rojas Albarran.
- Borja Blanco Prieto.

Grupo 6

Ejercicio 12

$$\delta Q = dU + P \cdot dv = 0$$

En un proceso adiabático el calor transferido por el sistema es nulo.

Para un gas ideal no puede $C_v \cdot dT + P \cdot dV = 0$ y como $C_v = a + bT$, sustituimos, separamos variables e integramos

$$(a + b \cdot T) dT + P \cdot dV = 0$$

Por ser un gas ideal $\Rightarrow p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ y $n=1$
 $P = R \cdot T / V$

$$(a + b \cdot T) dT + (R \cdot T / V) \cdot dV = 0$$

$$a + b \cdot T dT = -(R \cdot T / V) \cdot dV$$

$$(a + b \cdot T / T) \cdot dT = -R \cdot dV / V$$

$$\int (a/T + b) \cdot dT = -R \cdot \int dV / V$$

$$a \cdot \ln T + b \cdot T = -R \cdot \ln V + \ln K \quad \text{cte de la integral}$$

$$\ln T + b/a T = -R/a \ln V + \ln K' \Rightarrow \ln K/a$$

$$\ln T + R/a \ln V + b/a T = \ln K'$$

$$\ln T + \ln V^{(R/a)} + b/a T = \ln K'$$

$$\ln T + \ln V^{(R/a)} + \ln e^{T(b/a)} = \ln K'$$

$$TV^{(R/a)} e^{T(b/a)} = K'$$

Hasta aquí sería el ejercicio. El resto es comprobación.

$$R/C_v = C_p - C_v / C_v = C_p / C_v - 1$$

$$R/C_v = \gamma - 1; R = C_v \cdot (\gamma - 1)$$

Si $b=0 \rightarrow C_v=a$

$R = (a) \cdot (\gamma - 1)$.Sustituyendo en la ecuación anterior *

$$\ln (T \cdot V^{(R/a)}) + \ln e^{(T b/a)} = \ln K'$$

$$\ln(T \cdot V^{(R/a)} \cdot e^{(T^{b/a})}) = \ln K'$$

$$T \cdot V^{(R/a)} \cdot e^{(T^{b/a})} = K'$$

$$\text{Y como } R = (a) \cdot (\gamma - 1)$$

*

$$T \cdot V^{(a/a) \cdot (\gamma - 1)} \cdot e^{(T^{b/a})} = K'$$

$$T \cdot V^{(\gamma - 1)} \cdot e^{(0)} = K'$$

$T \cdot V^{(\gamma - 1)} = K'$ que coincide con la expresión obtenida para la adiabática.

Un gas no ideal describe un ciclo formado por dos isotermas y dos isósteras (transformación a volumen constante). La ecuación de estado de dicho gas es $p(V-V_0)=0,2T$, donde V_0 es una constante. La relación de los volúmenes extremos V_1 y V_2 en dicha transformación es tal que:

$$(V_1 - V_0) / (V_2 - V_0) = \sqrt{e}$$

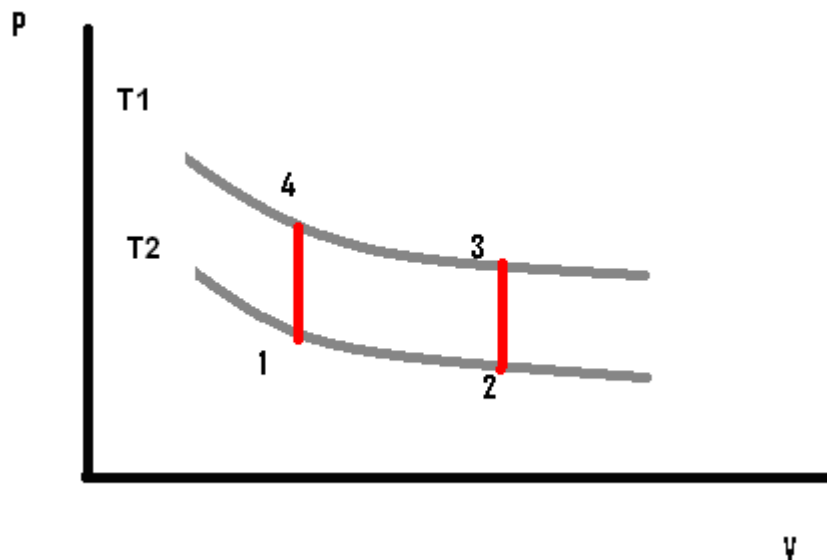
Y la de las temperaturas T_1 y T_2 de las isotermas es $T_1/T_2=2$. El trabajo del ciclo es equivalente a 35J. Determinar las temperaturas T_1 y T_2 .

Gas no ideal

Ec. De estado $\rightarrow p(V-V_0)=0,2T$

$T_1/T_2=2 \rightarrow T_1=2T_2$

$(V_1-V_0)/(V_2-V_0)=\sqrt{e}$



La isoterma de mayor temperatura es T_1 .

1 \rightarrow 2

$$W = \int p dv = \int ((0,2T_1)/(V-V_0)) dv = 0,2T_1 \int Dv / (V-V_0) = 0,2T_1 \ln (V-V_0) = 0,2T_1 (\ln(V_2-V_0) - \ln(V_1-V_0)) = 0,2T_1 \ln (V_2-V_0)/(V_1-V_0) = 0,2T_1 \ln (1/\sqrt{e}) = 0,2T_1 (\ln 1 - \ln \sqrt{e}) = 0,2T_1 (-\ln e^{1/2}) = -0,2T_1 \cdot \frac{1}{2} \ln e = \underline{\underline{-0,1T_1}}$$

2 \rightarrow 3

$W=0$ debido a que $v = \text{cte}$

3 \rightarrow 4

$$W = \int p dv = \int ((0,2T_2)/(V-V_0)) dv = 0,2T_2 \int Dv / (V-V_0) = 0,2T_2 \ln (V-V_0) = 0,2T_2 (\ln (V_4-V_0) - \ln(V_3-V_0)) = 0,2T_2 \ln (V_4-V_0)/(V_3-V_0) = 0,2T_2 \ln 1/\sqrt{e} = \underline{\underline{0,1T_2}}$$

4→1

W=0 debido a que $v=cte$

$$W_T = -0,1T_1 + 0,1T_2 = 35 \rightarrow T_1 = 2T_2 \rightarrow T_1 - T_2 = 350$$

$$\underline{T_2 = 350 \text{ K}}$$

$$\underline{T_1 = 700 \text{ K}}$$

Como T_1 es la isoterma de mayor temperatura ese trabajo será positivo y el de T_2 negativo, y por tanto el ciclo lo quedaremos igual que lo teníamos en un principio.

GRUPO 13:

JOSÉ DURÁN BLANCO
ALBERTO GRAGERA CARRASCO
MARIO CEREZO DOMINGUEZ

Bases Físicas del Medio Ambiente

Termodinámica

PROBLEMA 18:

Una pieza de 100 g de hielo a 0°C es colocada en un recipiente térmicamente aislado con 100g de agua a 100°C. (a) Cuando se establece el equilibrio térmico, ¿cuál es la temperatura final del agua?, despreciar la capacidad calorífica del recipiente, (b) encontrar el cambio en la entropía del universo en este proceso.

Datos del problema:

Masa de hielo, $m_h = 100\text{g}$
Temperatura del hielo, $T_h = 0^\circ\text{C}$

Masa de agua, $m_a = 100\text{g}$
Temperatura del agua, $T_a = 100^\circ\text{C}$

$$\text{a) } -Q_{\text{cedido}} = Q_{\text{absorbido}}$$

$$Q = C\Delta T = mc\Delta T$$

$$Q_{\text{abs}} = m_h \cdot L_f + m_h \cdot C_a (T_f - 0)$$

$$Q_{\text{ced}} = m_a \cdot C_a (100 - T_f)$$

$$m_h \cdot L_f + m_h \cdot C_a (T_f - 0) = m_a \cdot C_a (100 - T_f)$$

$$100\text{g} \cdot 79,7\text{kcal/kg} + 100\text{g} \cdot 1\text{kcal/kg}^\circ\text{C} (T_f - 0) = 100\text{g} \cdot 1\text{kcal/kg}^\circ\text{C} (100 - T_f)$$

$$7970 + 100 (T_f - 0) = 100 (100 - T_f)$$

$$7970 + 100T_f - 0 = 10000 - 100T_f$$

$$200T_f = 2030$$

$$\mathbf{T_f = 10,15^\circ\text{C}}$$

$$\text{b) } \Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_{\text{agua}} + \Delta S_{\text{hielo}} + \Delta S_{\text{entorno}}$$

0, ya que el recipiente está
térmicamente aislado

$$dS_{\text{agua}} = \frac{dQ}{T} = mc \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S_{\text{agua}} = mc \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1} = 100\text{g} \cdot 4,184 \text{ J/gK} \cdot \ln(283,15/373) = -115,2 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{hielo}} = mL_f/T_{\text{fusión}} + mc \ln(T_2/T_1) = 137,43 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{universo}} = -115,2 + 137,43 = 22,2 \text{ J/K}$$

Problema 20: Utilizando la ecuación para el cambio de entropía en un gas ideal cuando cambian el volumen y la temperatura y suponiendo que $TV^{\gamma-1}$ es constante, mostrar que en una expansión adiabática (cuasiestática) desde (V_1, T_1) a (V_2, T_2) el cambio en la entropía es cero.

*Al tratarse de una expansión el volumen aumenta, por lo que, $V_2 > V_1$; y al ser adiabática, el intercambio de calor es nulo: $Q = 0$

Como $T \cdot V^{\gamma-1} = \text{cte}$, entonces $T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1}$

*La fórmula del cambio de entropía en un proceso reversible es:

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1) + C_v \cdot \ln(T_2/T_1)$$

*La entropía es una función de estado, por lo que solo cuenta el estado inicial y final.

*De esta ecuación $T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1}$ deducimos que

$$(T_2/T_1) = (V_1/V_2)^{\gamma-1}$$

*Sustituimos en la ecuación de la entropía:

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1) + C_v \cdot \ln(V_1/V_2)^{\gamma-1}$$

$$= n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1) + C_v \cdot \ln(V_2/V_1)^{1-\gamma}$$

*Por las propiedades de los logaritmos:

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1) + C_v \cdot (1-\gamma) \cdot \ln(V_2/V_1)$$

*Como el coeficiente adiabático es: $\gamma = C_p/C_v$; sustituimos en la expresión anterior:

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1) + C_v \cdot (1 - C_p/C_v) \cdot \ln(V_2/V_1)$$

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1) + [C_v - (C_p \cdot C_v / C_v)] \cdot \ln(V_2/V_1)$$

*Y ahora simplificamos:

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1) + [C_v - (C_p \cdot C_v / C_v)] \cdot \ln(V_2/V_1)$$

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1) + (C_v - C_p) \cdot \ln(V_2/V_1)$$

*En el segundo término tenemos $(C_v - C_p)$ y según la relación de Mayer

$$C_p - C_v = nR$$

por lo que $(C_v - C_p) = -nR$

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1) - n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1)$$

$$\Delta S = 0$$

Cristina Rodríguez Vaz
Victoria-Belén García-Risco Naharros
Mariana García Criado

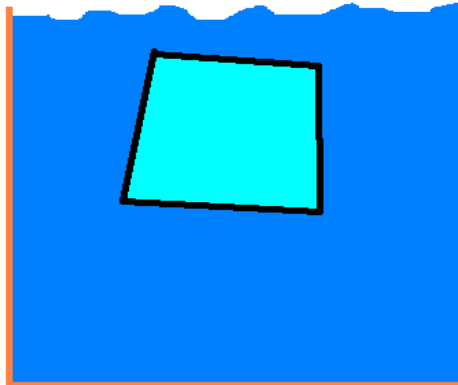
Ejercicio 21. Termodinámica.- Cristina Romero y Elena Timón

En un vaso de cobre, que pesa 1.5 kg, contiene un bloque de hielo de 10 kg a la temperatura de $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$, se inyecta 5 kg de vapor de agua a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

a) Determinar el estado de la mezcla.

b) Determinar la variación de entropía

Datos: Calor específico del cobre $397\text{ J/kg }^{\circ}\text{K}$. Calor de fusión del hielo $334\ 400\text{ J/kg}$. Calor específico del agua $4180\text{ J/kg }^{\circ}\text{K}$. Calor específico del hielo $2090\text{ J/kg }^{\circ}\text{K}$. Calor de licuefacción del vapor del agua $2\ 257\ 200\text{ J/kg}$.



a)

$$Q_{\text{ced}} = Q_{\text{abs}}$$

$$Q_{\text{abs}} = Q_{\text{fusión}} + Q_{\text{hielo}} + Q_{\text{agua}} + Q_{\text{cobre}}$$

$$Q_{\text{abs}} = m \cdot C_{\text{fusión}} + m \cdot C_{\text{esp hielo}} \cdot (T_2 - T_1) + m \cdot C_{\text{esp agua}} \cdot (T_2 - T_1) + m_{\text{cobre}} \cdot C_{\text{esp Cu}} \cdot (T_2 - T_1)$$

$$Q_{\text{abs}} = 10 \cdot 334400 + 10 \cdot 2090 \cdot 10 + 10 \cdot 4180 \cdot 100 + 1,5 \cdot 397 \cdot 110 = 7.798.505\text{ J}$$

$$Q_{\text{vapor}} = Q_{\text{ced}} = m \cdot C_{\text{vapor}}$$

$$m = Q_{\text{ced}} / C_{\text{vapor}}$$

$$m = 7.798.505 / 2.257.200 \quad m = 3,45\text{ kg}$$

De los 5 kg de vapor de agua, 3,45 kg se condensan y el resto 1,54 kg queda como vapor.

b)

$$\Delta S = \int dQ/T = \int mc \, dT/T = mc \ln T_2/T_1$$

Del paso hielo-líquido

$$10 \cdot 2090 \ln 273/263 + 10 \cdot 334400/273 + 10 \cdot 4180 \ln 373/273 = 26075,082\text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

Vaso de cobre

$$1,5 \cdot 397 \ln 373/263 = 208,082 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

$$\text{Total} = 26283,164 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

Una masa de 3,45 kg de vapor que se condensan

$$\Delta S = -7798505/373 = -20907 \text{ J/kg} \cdot \text{k}$$

$$\Delta S_{\text{total}} = \Delta S_{\text{vaso del cobre}} + \Delta S_{\text{hielo}} + \Delta S_{\text{vapor}}$$

$$\Delta S_{\text{total}} = 208,082 + 26075,082 + (-20907) = 5376,164 \text{ J/kg}$$

BASES FÍSICAS DEL MEDIO AMBIENTE

Un trozo de hielo de 583 cm^3 a 0°C se calienta y se convierte en agua a 4°C . Calcular el incremento de energía interna y entropía que ha experimentado. Datos: Densidad del hielo 0.917 gr/cm^3 , del agua 1 gr/cm^3 , calor de fusión del hielo 80 cal/g .

Datos:

$$V_{\text{hielo}} = 583 \text{ cm}^3$$

$$T_0 = 273 \text{ K}_{(\text{hielo})} \longrightarrow T_f = 277 \text{ K}_{(\text{liquido})}$$

$$\rho_h = 0.917 \text{ gr/cm}^3$$

$$\rho_w = 1 \text{ gr/cm}^3$$

$$L_f = 80 \text{ cal/g} \longrightarrow 334.72 \text{ kJ/kg}$$

$$C_e = 4.184 \text{ kJ/kgK}$$

Para calcular la energía interna nos basamos en la primera ley de la termodinámica ($Q = \Delta U + W$).

$$\Delta U = -W + Q$$

1º cálculo de Q:

$$Q_1: 273 \text{ K}_{(\text{hielo})} \longrightarrow 273 \text{ K}_{(\text{liquido})} \quad Q_L = m \cdot L_f$$

$$Q_2: 273 \text{ K}_{(\text{liquido})} \longrightarrow 277 \text{ K}_{(\text{liquido})} \quad Q = m \cdot C_e \cdot \Delta T$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = m \cdot 334.72 \text{ kJ/kg} \longrightarrow Q_1 = 0.534611 \text{ kg} \cdot 334.72 \text{ kJ/kg} = 178.95 \text{ kJ}$$

$$m = \rho \cdot v = 0.917 \text{ g/cm}^3 \cdot 583 \text{ cm}^3 = 534.611 \text{ g} = 0.534611 \text{ kg}$$

$$Q_2 = 0.534611 \text{ kg} \cdot 4.184 \text{ kJ/kgK} \cdot (277 \text{ K} - 273 \text{ K}) = 8.95 \text{ kJ}$$

$$Q_T = 178.95 + 8.95 = 187.9 \text{ kJ}$$

2º cálculo del W:

$$W = \int P \cdot dV$$

Considerando la presión atmosférica y constante.

$$W = P \int dV \longrightarrow W = P (V_{\text{agua}} - V_{\text{hielo}}) \longrightarrow W = 1 (0.534611 - 0.583) = -0.04839 \text{ atmL} \cdot 101.3 = -4.9 \text{ J} = -4.9 \cdot 10^{-3} \text{ kJ}$$

$$V_{\text{agua}} = m/\rho = 534.611/1 = 534.611 \text{ cm}^3 = 0.534611 \text{ L}$$

$$\Delta U = -(-4.9 \cdot 10^{-3}) + 187.9 \text{ kJ} = 187.9 \text{ kJ}$$

Para calcular la entropía consideramos el sistema adiabático e irreversible y nos basamos en la segunda ley de la termodinámica (Segunda Ley: “En un sistema aislado sólo es posible pasar de un estado A a un estado B cuando $S_B \geq S_A$ siendo imposible el sentido contrario”).

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

ΔS_1 Paso de hielo a agua. (No hay cambio de T)

$$\Delta S_1 = Q_1/T_0 = 0.66 \text{ kJ/K}$$

ΔS_2 Paso de agua (273 K) a agua (277 K). (No hay cambio de V)

$$\Delta S_2 = m \cdot C_e \cdot \ln(T_f/T_0) = 0.534611 \cdot 4.184 \cdot \ln(277/273) = 0.033 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S = 0.66 + 0.033 = 0.693 \text{ kJ/K}$$

Ángel Zabala Santurino, Juan Francisco Gragera González y Miguel Ángel Rodríguez Rodríguez.

Problema 23

Consideremos Helio(gas perfecto monoatómico $C_v=3/2 R$) en el estado inicial A: $P_A=10^5 \text{ Pa}$, $V_A=10^{-2} \text{ m}^3$ y $T_A=300 \text{ K}$. Se llevan a cabo las siguientes transformaciones:

- A→B: Transformación isoterma reversible con volumen final $V_B=2 \times 10^{-2} \text{ m}^3$
- B→C: Transformación isocora ($V=\text{cte}$) reversible con temperatura final $T_C=189 \text{ K}$
- C→D: Transformación adiabática reversible, que devuelve el gas a sus condiciones iniciales.

Datos:

Helio(gas perfecto monoatómico $C_v=3/2 R$)

Estado inicial(transformamos las unidades):

$$P_A=10^5 \text{ Pa} \times 1 \text{ atm}/101325 \text{ Pa}=0,987 \text{ atm}$$

$$V_A=10^{-2} \text{ m}^3 \times 1000 \text{ L}/1 \text{ m}^3=10 \text{ L}$$

$$T_A=300 \text{ K}$$

a) Calculamos el nº de moles de Helio, para ello utilizamos la ley de los gases ideales ($PV=nRT$)

$$PV=nRT \quad 0,987 \text{ atm} \times 10 \text{ L}=n \times 0,082 \text{ Latm/molK} \times 300 \text{ K}$$

$$n=0,401 \text{ moles de He}$$

ANÁLISIS DIMENSIONAL

$$\text{atm} \times \text{L} = n \times [(\text{L} \times \text{atm})/(\text{molK})] \times \text{K}$$

$$n=(\text{atmL})/[(\text{Latm/molK}) \times \text{K}]=\text{moles}$$

	P(atm)	V(litros)	T(Kelvin)
A	0,987	10	300
B	0,49	20	300
C	0,31	20	189

Del apartado A tenemos los datos que nos han dado al principio.

Del apartado B nos dan el Volumen($2 \times 10^{-2} \text{m}^3 = 20 \text{L}$) y como la transformación es isoterma la Temperatura es de 300K

Utilizando la ley de los gases ideales calculamos la presión de B

$$PV=nRT \quad P \times 20=0,401 \times 0,082 \times 300 \quad P=0,49 \text{atm}$$

ANÁLISIS DIMENSIONAL

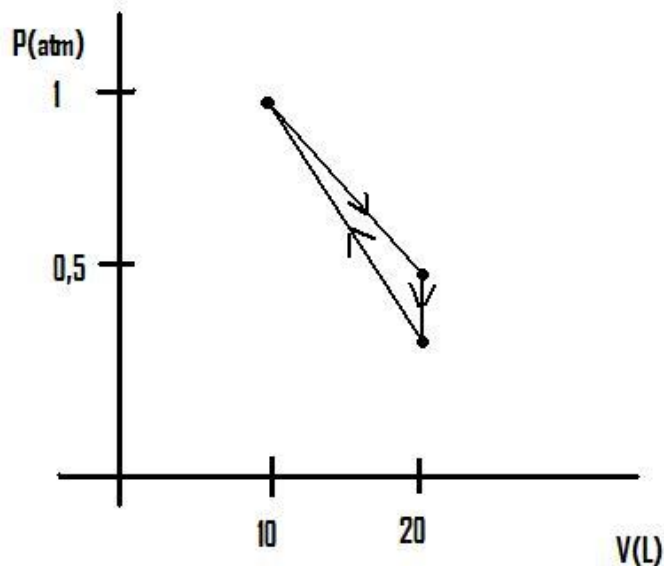
$$P \times L = \text{moles} \times (\text{Latm/molK}) \times K$$

$$P = [\text{moles} \times (\text{Latm/molK}) \times K] / L$$

$$P = \text{atm}$$

Del apartado C nos dicen que la Temperatura es $T_c = 189 \text{K}$ y como es isócara($V = \text{cte}$) el Volumen es 20L . A partir de la ley de los gases ideales calculamos la Presión de C.

$$PV=nRT \quad P \times 20=0,401 \times 0,082 \times 189 \quad P=0,31 \text{atm}$$



b)

- A → B Transformación isoterma de un gas ideal (Helio)

$$|Q_{A \rightarrow B}| = W = \int_{(entre 2 y 1)} pdV = \int_{(entre 2 y 1)} nRT(dv/v) = nRT \ln(V_2/V_1) = 0,401 \text{ moles} \times 8,33 \text{ J/molK} \times 300 \text{ K} \times \ln(20/10) = 694,60 \text{ J}$$

Como el trabajo es igual al calor en una transformación isoterma

$$W_{A \rightarrow B} = 694,60 \text{ J}$$

La variación de energía interna es igual a $Q - W \rightarrow Q = \Delta U + W$

$$\Delta U = 0 \text{ J}$$

ANÁLISIS DIMENSIONAL

$$\text{Moles} \times (\text{J/molK}) \times \text{K} \times (\text{L/L}) = \text{J}$$

- B → C Transformación isocora ($V = \text{cte}$)

En una transformación isocora el trabajo es igual a 0. $W_{B \rightarrow C} = 0$

$$Q_{B \rightarrow C} = nC_v(T_C - T_B) = 0,401 \times 3/2R(189 - 300) = 0,401 \times 12,495 \times (-111) = -556,165 \text{ J}$$

$$Q = \Delta U + W \rightarrow \Delta U = -556,165 \text{ J}$$

ANÁLISIS DIMENSIONAL

$$\text{Moles} \times (\text{J/molK}) \times \text{K} = \text{J}$$

- C → A Transformación adiabática

En una transformación adiabática el calor es igual a 0. $Q = 0 \text{ J}$

$$W_{\text{adiabático}} = (P_1 V_1 - P_2 V_2) / (\gamma - 1)$$

$$\gamma = C_p / C_v$$

$$C_p = 5/2 R$$

$$\gamma = (5/2R) / (3/2R) = 1.666$$

$$W_{\text{adiabático}} = [(31509.62 \text{ Pa})(2 \times 10^{-2} \text{ m}^3) - (10 \times 10^5 \text{ Pa})(10 \times 10^{-2} \text{ m}^3)] / (1.66 - 1) = -369.808 / 0.66 = -555.27 \text{ J}$$

$$Q = \Delta U + W$$

$$\Delta U = 555.26 \text{ J}$$

c) Calculamos el rendimiento de este ciclo como motor térmico y lo comparamos con el rendimiento del motor de Carnot.

Motor Térmico

$$\eta = 1 - (|Q_C| / Q_H) = 1 - (|556,165| / 694,60) = 1 - 0,80 = 0,2 \rightarrow 20\%$$

Motor de Carnot

$$\eta = 1 - (T_C / T_H) = 1 - (189 / 300) = 1 - 0,63 = 0,37 \rightarrow 37\%$$

Juan Blas Vázquez Perón

Antonio Quirós García

Rubén Tejeda Moruno

BASES FÍSICAS DEL MEDIO AMBIENTE

INMACULADA HERNÁNDEZ CARRASCO
ROSARIO GARVÍN FLORES
NAZARET CAMPOS MARTÍN

DATOS:

10 moles de un gas diatómico.

$$C_v = 5R/2$$

Nos dice de cinco situaciones con presiones, temperaturas y volúmenes diferentes, por lo tanto, los datos que tenemos son:

A
P_A: $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
V_A: $249 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
T_A: ?

B
P_B: ?
V_B: $479 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
T_B: ?

C
P_C: $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
V_C: ?
T_C: $1152,27 \text{ K}$

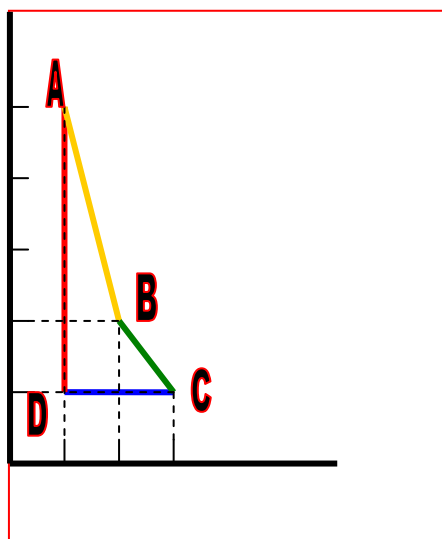
D
P_D: $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
V_D: $249 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
T_D: ?

A
P_A: $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
V_A: $249 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$
T_A: ?

A parte de estos datos nos dice que el proceso AB se expande adiabáticamente, entonces sabemos que Q es cero. El proceso BC es isotermo, esto quiere decir que la temperatura es constante, por eso la temperatura de B y C son las mismas. En el proceso CD sabemos que la presión es constante, porque nos dice que se comprime isobáricamente. Por último, el proceso DA sabemos que la presión es la misma que A y que el volumen es igual al de D ya que no lo dice el problema.

A partir de esto tenemos varios apartados para calcular

a) Representar gráficamente este ciclo en un diagrama P-V.



b) Calcular el valor de las variables termodinámicas desconocidas en los vértices A, B, C y D.

Aquí tenemos que calcular el volumen, la temperatura y la presión que nos falta por saber de los procesos, dependiendo de la incógnita lo calcularemos de diferentes formas, pero en general con la ecuación de los gases ideales (ya que no me dicen que no es un gas ideal), salvo la presión de B. También tenemos que tener en cuenta que R es 8,314J/mol·k. Otra que hay que tener en cuenta para calcular PB es el coeficiente adiabático que lo calculamos a través de C_p/C_v , es decir, $7/5R/5/2R$ que es en total $7/5$ (coeficiente adiabático)

Vamos a calcular TA, PB, TB, VC Y TD.

-TA

$$P_A \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A$$

$$5 \cdot 10^5 \text{Pa} \cdot 249 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 = 10 \cdot 8,314 \text{J/mol} \cdot \text{k} \cdot T_A$$

$$T_A = 1497,47 \text{K}$$

-PB

$$P_A \cdot V_A^\gamma = P_B \cdot V_B^\gamma$$

$$5 \cdot 10^5 \text{Pa} \cdot (249 \cdot 10^{-3} \text{m}^3)^{7/5} = P_B \cdot (479 \cdot 10^{-3} \text{m}^3)^{7/5}$$

$$P_B = 2 \cdot 10^5 \text{Pa}$$

-TB

$$P_B \cdot V_B = n \cdot R \cdot T_B$$

$$2 \cdot 10^5 \text{Pa} \cdot 479 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 = 10 \cdot 8,314 \text{J/mol} \cdot \text{k} \cdot T_B$$

$$T_B = 1152,27 \text{K}$$

-VC

$$P_C \cdot V_C = n \cdot R \cdot T_C$$

$$1 \cdot 10^5 \text{Pa} \cdot V_C = 10 \cdot 8,314 \text{J/mol} \cdot \text{k} \cdot 1152,27 \text{K}$$

$$V_C = 958 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$$

-TD

$$P_D \cdot V_D = n \cdot R \cdot T_D$$

$$1 \cdot 10^5 \text{Pa} \cdot 249 \cdot 10^{-3} \text{m}^3 = 10 \cdot 8,314 \text{J/mol} \cdot \text{k} \cdot T_D$$

$$T_D = 299,49 \text{K}$$

c) Hallar el calor, el trabajo, la variación de energía interna, en Julios, de forma directa y/o empleando el Primer Principio, en cada etapa del ciclo:

(Proceso A-B):

En este proceso como es adiabático el calor es cero y el trabajo y la energía interna lo resolvemos a través de:

$$W = P_A \cdot V_A - P_B \cdot V_B / \gamma - 1$$

$$W = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 249 \times 10^{-3} \text{ m}^3 - 2 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 479 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 / 1,4 - 1$$

$$W = 71750 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q - W$$

$$\Delta U = 0 - 71.750$$

$$\Delta U = -71.750 \text{ J}$$

(Proceso B-C):

Como el proceso es isoterma sabemos que la energía interna es cero, por lo tanto, solo tenemos que calcular el trabajo y el calor.

$$W = Q = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(V_C - V_B) = 10 \text{ mol} \cdot 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{k} \cdot 1.152,27 \text{ K} \cdot \ln$$

$$\frac{958 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{479 \times 10^{-3} \text{ m}^3} = 66.403,3 \text{ J}$$

$$= 66.403,3 \text{ J}$$

$$W = Q = 66403,3 \text{ J}$$

(Proceso C-D):

$$W = p \cdot (V_D - V_C) = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} \times (249 \times 10^{-3} \text{ m}^3 - 958 \times 10^{-3} \text{ m}^3) = -70.900 \text{ J} ;$$

$$Q_p = n \times C_p \times \Delta T = 10 \text{ mol} \times \frac{7}{2} \times 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \times \text{K}} \times (299,49 - 1.152,27)$$

$$K = -248.150,45 \text{ J}$$

$$\Delta U = Q_p - W = -177.250,45 \text{ J}$$

(Proceso D-A):

$$W = 0 \text{ J};$$

$$Q_v = n \cdot C_v \cdot \Delta T = 10 \text{ mol} \cdot 5/2 \cdot 8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \cdot (1.497,47 - 299,49) \text{ K}$$

$$= 249.000,14 \text{ J}$$

d) Calcular el rendimiento:

$$\eta = \frac{\sum W_i + Q}{Q} \cdot 100 = \frac{71.750 + 66.403,3 + (-70.900) + 0}{66.403,3 + 249.000,14} \cdot 100 =$$

$$\eta = 21,32\%$$

25. Un mol de un gas ideal monoatómico ($C_V=3R/2$) se encuentran inicialmente a una presión de $P_A= 4 \text{ atm}$, un volumen $V_A= 1\text{L}$ y una temperatura de $T_A=300\text{K}$. Posteriormente se expande isobáricamente hasta un volumen $V_B= 3\text{L}$. A continuación sufre una transformación isoterma reversible hasta una presión $P_C= 2 \text{ atm}$. Después se comprime isobáricamente (Punto D). Para finalizar se produce una transformación adiabática hasta retornar al punto inicial (Punto A).

- Calcular el valor de las variables termodinámicas desconocidas en vértices A, B y C
- Representar gráficamente este ciclo en un diagrama P-V.
- Hallar de forma directa el trabajo en cada etapa.
- El calor, la variación de energía interna y la variación de entropía en cada etapa del ciclo. (Expresar los resultados en Julios).
- Hallar el rendimiento del ciclo.

Datos: $R=0,089\text{atm l/ (K mol)}$ $1 \text{ cal}= 4.186 \text{ J}$. $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ PA}$

Adiabática A-D $4 \cdot 1^{5/3} = 2 \cdot V^{5/3}$; $V= 1,52$; $T^{\circ} = 227,3 \text{ }^{\circ}\text{K}$

Para un gas monoatómico $\delta = C_p/C_V$ $C_V= 3/2 R$ $C_p= C_V + R = 5/2 R$ $\mu R = 1.4/300$

A-B

$$W_{AB} = 4 (3-1) = 8 \text{ atm.l}$$

$$\Delta U = 3/2 \cdot 4/300 (900-300) = 12 \text{ atm.l}$$

$$Q = 5/2 \cdot 4/300 (900-300) = 20 \text{ atm.l}$$

$$\Delta S = \int_{\mu} C_p dT/T = \mu C_p \ln T_B/T_C = 0,037 \text{ atm.l/K}$$

B-C

$$W_{BC} = \int p dv = \int_B^C \mu RT/V dv = \mu RT \ln V_C/V_B = 4.3 \ln 6/3 = 8,32 \text{ atm.l}$$

$$\Delta U = 0 \quad Q = W_{BC} = 8,32 \text{ atm.l}$$

$$\Delta S = Q/T = 0,0094 \text{ atm.l/K}$$

C-D

$$W_{CD} = 2(1,52-6) = -8,96 \text{ atm.l} \quad Q = 5/2 \cdot 4/300 (227,3 - 900) = 22,41 \text{ atm.l}$$

$$\Delta U = 3/2 \cdot 4/300 (227,3 - 900) = -13,45 \text{ atm.l}$$

$$\Delta S = \int_C^D \mu C_V dT/T = \mu C_V \ln T_B/T_C = 3/2 \cdot 4/300 \ln 227,3/900 = -0,046 \text{ atm.l/K}$$

D-A $W_{DA} = \int_D^A p dv = \int_D^A cte/V^\delta dV = cte \cdot V^{-\delta+1} / -\delta+1 \Big|_D^A = cte / -\delta+1 [V_A^{-\delta+1} - V_D^{-\delta+1}] =$
 $= 1 / -\delta+1 [P_A V_A - P_D V_D] = 1 / -5/3+1 [4-3,04] = -1,45 \text{ atm.l}$
 $Cte = P_A V_A^\delta = P_D V_D^\delta ; Q = 0 ; \Delta U = -W_{DA} ; \Delta S = 0$

	P(atm)	V(l)	T(°K)
A	4	1	300
B	4	3	900
C	2	6	900
D	2	1,52	227,3

1atm.l = 101,3J

	W(J)	Q(J)	ΔU (J)	ΔS (J/K)
A-B	810,4	2026	1215,6	3,71
B-C	842,8	842,8	0	0,94
C-D	-907,7	-2269,1	-1362,5	-4,65
D-A	-146,9	0	146,9	0

$W = 598,6 \text{ J}$ $Q_{\text{abs}} = 2868,8 \text{ J}$ $\eta = W/Q_{\text{abs}} = 0,21$

$Q_{\text{ced}} = 2269,1 \text{ J}$

Y la grafica queda así:

