

# **BASES FÍSICAS DEL MEDIO AMBIENTE**

INMACULADA HERNÁNDEZ CARRASCO  
ROSARIO GARVÍN FLORES  
NAZARET CAMPOS MARTÍN

## PROBLEMA 2

A través de la ecuación:

$$X=7\text{sen}(2t+\Pi/6)$$

Nos pide

a) El desplazamiento de la partícula cuando  $t=0\text{s}$

Con la ecuación de la posición calculamos:

$$x=A\cos(\omega t + \varphi); x(t=0)=7\text{sen}(2\cdot 0+\Pi/6);$$

$$x=3,5\text{ cm}$$

b) La velocidad de la partícula para  $t=0\text{s}$  y  $t=5\text{s}$

sustituimos  $t=0\text{s}$  y  $t=5\text{s}$  en la ecuación de la velocidad:

$$v=A\omega\cos(\omega t+\varphi)$$

$$v=7\cdot 2\cdot \cos(2\cdot 0+\Pi/6)=12,12\text{cm/s}$$

$$v=7\cdot 2\cdot \cos(2\cdot 5+\Pi/6)=-6,36\text{cm/s}$$

c) La aceleración para los mismos instantes.

sustituimos  $t=0\text{s}$  y  $t=5\text{s}$  en la ecuación de la aceleración:

$$a=-A\omega^2\text{sen}(\omega t + \varphi)$$

$$a(t=0\text{s})=-7(2)^2\text{sen}(2\cdot 0+\Pi/6)$$

$$a(t=0\text{s})=-14\text{cm/s}^2$$

$$a(t=5\text{s})=-7(2)^2\text{sen}(2\cdot 5+\Pi/6)$$

$$a(t=5\text{s})=24,93\text{cm/s}^2$$

d) El periodo, amplitud y la frecuencia de oscilación.

$$\omega=2\Pi/T; T=2\Pi/\omega=2\Pi/2; T=\Pi\text{s}$$

$$A=7\text{cm}$$

$$f=1/T; f=1/\Pi\text{ Hz}$$

## Ejercicio 4: grupo 11. Cristina, Elena y Marifé

Una partícula de 0,5 kg que describe una M.A.S de frecuencia  $5/\pi$  Hz tiene, inicialmente, una energía cinética de 0,2 J y una energía potencial de 0,8 J. Calcula:

- La posición y la velocidad inicial, así como la amplitud de oscilación y la velocidad máxima
- el valor de la elongación en el instante en que la energía cinética y potencial son iguales.

Datos:

$$m = 0,5 \text{ kg}$$

$$f = 5/\pi \text{ Hz}$$

$$t_0 = E_c = 0,2 \text{ J}$$

$$E_p = 0,8 \text{ J}$$

$$a) E_c = \frac{1}{2} * m * v^2$$

$$v = \sqrt{2 * E_c / m}$$

$$v = \sqrt{2 * 0,2 / 0,5} \quad v = 0,89 \text{ m/s velocidad en instante } 0$$

$$E_p = \frac{1}{2} * K * x^2$$

$$E_{\text{total}} = E_c + E_p$$

$$f = \frac{1}{2\pi} * \sqrt{K/m}$$

$$f^2 = \frac{1}{4\pi^2} * K/m$$

$$K = 4\pi^2 * f^2 * m$$

$$K = 50 \text{ N/m}$$

$$E_p = \frac{1}{2} * 50 * x^2$$

$$x = \sqrt{2 * E_p / K}$$

$x=0,181$  m posición  $x$  (t inicial)

$$E_t = \frac{1}{2} * K * A^2$$

$$A = \sqrt{2 * 1/K} = 0,2 \text{ m amplitud de oscilación}$$

$$E_t = E_c + E_p$$

$$E_t = 0,2 + 0,8 = 1 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} \text{Ec. M.A.S } x(t) &= A \cos (w * t * \delta) \\ &= A * w * \sin (w * t * \delta) \end{aligned}$$

$$V_{\text{max}} = \text{sen } 1$$

$$V_{\text{max}} = A * w$$

$$w = \sqrt{K/m}$$

$$V_{\text{max}} = A * \sqrt{K/m}$$

$$V_{\text{max}} = 0,2 * \sqrt{50/0,5} = 2 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } E_c = E_p$$

$$E_t = 1 = E_c + E_p = E_p + E_p = 2E_p$$

$$E_t = 2E_p$$

$$E_p = \frac{1}{2} * K * x^2 = \frac{1}{2} * 1$$

$$E_p = K * x^2 = 1$$

$$x^2 = 1/K$$

$$x = \sqrt{1/K} ; x = \sqrt{1/50} = 0,141 \text{ m}$$

## BASES FÍSICAS DEL MEDIO AMBIENTE

Una cuerda de 5 m de largo que está fija solo por un extremo está vibrando en su quinto armónico con una frecuencia de 400 Hz. El desplazamiento máximo de cualquier segmento de la cuerda es de 3 cm. Determinar a) ¿cuál es la longitud de onda del mismo? b) ¿Cuál es la frecuencia fundamental? c) ¿Cuál es el número de ondas? d) ¿Cuál es la frecuencia angular? e) Escribir la ecuación correspondiente a esta onda estacionaria.

Datos:

$$L = 5 \text{ m}$$

$$n = 5$$

$$f_5 = 400 \text{ Hz}$$

$$2A = 3 \text{ cm} \longrightarrow A = 1.5 \text{ cm} = 0.015 \text{ m}$$

$$\text{a) } \lambda_n = 4L/n \longrightarrow \lambda_5 = (4 \cdot 5)/5 = 4 \text{ m}$$

$$\text{b) } f_n = n f_1 \longrightarrow f_1 = f_5/5 = 400/[5] = 80 \text{ Hz}$$

$$\text{c) } K = 2\pi/\lambda = 2\pi/4 = 0.5\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\text{d) } v = \lambda/T = \lambda \cdot f = \omega/K \longrightarrow \omega = \lambda \cdot f \cdot K = 4 \cdot 400 \cdot 0.5\pi = 800\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{e) } y = 2A \cdot \cos(\omega t) \cdot \cos(Kx) \longrightarrow y = 0.03 \cdot \cos(800\pi t) \cdot \cos(0.5\pi x)$$

## GRUPO 5

9. Un coche se aproxima a un banco con una velocidad de 50 km/h. El conductor percibe el sonido de la alarma de dicho banco con una frecuencia de 200 Hz. ¿Cuál es la frecuencia real emitida por la alarma del banco?

$$F_0 = 200 \text{ Hz}$$

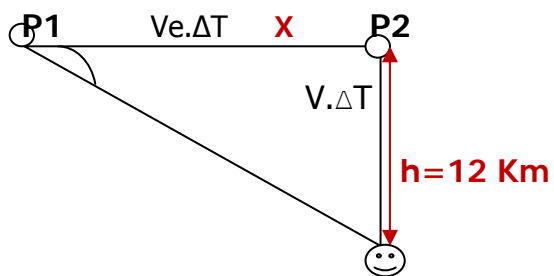
$$V_0 = 50 \text{ km/h} = 13,89 \text{ m/s}$$

$$F_0 = F_f * (V - V_0) / V$$

$$200 \text{ Hz} = F_f * (340 - 13,89) / 340 \text{ m/s}$$

$$\mathbf{F_f = 208,5 \text{ Hz}}$$

En el tiempo  $t=0s$ , un avión supersónico está directamente sobre un punto P volando hacia el oeste a una altura de 12 Km y una velocidad Mach 1,6 ¿Dónde está el avión cuando se escucha el estampido sónico?



Datos: llamamos "a" al ángulo.  
La velocidad del sonido=340m/s

$$\text{Mach} = V_e / V$$

$$1,6 = V_e / V$$

$$1,6 \cdot V = V_e$$

$$V_e = 1,6 \text{ m/s} \cdot 340 \text{ m/s} = 544 \text{ m/s}$$

$$\text{Sen } a = V \cdot \Delta T / V_e \cdot \Delta T = V / V_e$$

$$\text{Sen } a = 340 \text{ m/s} / 544 \text{ m/s} = 0,625$$

$$a = 38,7^\circ$$

$$\text{Tg } a = h / X$$

$$X = h / \text{Tg } a$$

$$X = 12 \text{ Km} / \text{Tg } 38,7^\circ$$

$$X = 15 \text{ Km}$$

### EJERCICIO 14. GRUPO 6

**14.** Una masa, suspendida de un muelle vertical, realiza un movimiento vibratorio armónico simple con una amplitud de 10 cm y una frecuencia de 0,5 Hz. Se empieza a contar el tiempo en el instante en que la masa esta unida a 5 cm por encima de su posición de equilibrio y bajando.

- Obtener su ecuación de movimiento.
- ¿ En que instantes alcanza la máxima elongación negativa?
- ¿ en que instantes pasa por la posición inicial?

La ecuación del M.A.S. es  $x = A \cdot \cos(\omega t + \gamma)$

$$\{ \omega = 2\pi/T = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 0,5 = \pi \text{ rad/s} \}$$

$$x = 0,10 \cdot \cos(\pi t + \gamma)$$

**Amplitud en m.**

$$0,05 = 0,10 \cdot \cos(\pi \cdot 0 + \gamma)$$

$$0,05 = 0,10 \cdot \cos \gamma$$

$$\cos \gamma = 0,05/0,10 = 1/2, \gamma = \arccos(1/2) = 1,05 \text{ (expresado en modo rad.)}. \text{ Desfase}$$

Con este último dato y usando medidas del S.I. podemos obtener ahora la ecuación del movimiento que nos la piden en el primer apartado:

a)

M.A.S.  $x = 0,10 \cdot \cos(\pi t + \pi/3)$  Expresado en el S.I. puesto que:

$$180^\circ \text{-----} \pi$$

$$60^\circ \text{-----} x$$

$$x = \pi/3$$

b)

$$-0,10 = 0,10 \cdot \cos(\pi t + \pi/3), -1 = \cos(\pi t + \pi/3)$$

**Máx. elongación negativa igual a la amplitud**

$$\pi t + \pi/3 = \arccos -1; \pi t + \pi/3 = 3,14 \text{ ( modo rad. ) }; \pi t = 3,14 - \pi/3$$

Despejando  $t = 0,66 \text{ s.}$



c)

Usando la ecuación del M.A.S. es  $x = A \cdot \cos(\omega t + \gamma)$

$$0 = 0'10 \cdot \cos(\pi t + \pi/3)$$

$$0 = \cos(\pi t + \pi/3) ; \pi t + \pi/3 = \arccos 0$$

$$t = (\arccos 0 - \pi/3) / \pi = 0'17 \text{ s}$$

**Problema 16.-** Sometemos al extremo de una cuerda tensa a un diapasón que le produce vibraciones sinusoidales. Por este efecto se propaga por la cuerda una onda transversal que tiene por ecuación  $\psi(x,t) = 10 \cdot \text{sen } \pi (1,6x - 0,8t)$ , expresada  $x$  en cm. a) ¿Qué condiciones iniciales nos determinan esta ecuación de onda?, b) determinar para esta onda su amplitud, velocidad de propagación y longitud de onda, c) tiempo que tarda en comenzar a vibrar una partícula de la cuerda situada a 10 cm del extremo en que se encuentra el diapasón y las ecuaciones horarias del movimiento de ella una vez transcurrido éste, d) dibujar la forma de la cuerda cuando han transcurrido 5,625 s del comienzo de la vibración (perfil de la onda).

a)

Las condiciones iniciales son  $x=0$  y  $t=0$  y sustituimos en la ecuación que nos da el problema:

$$\Psi(0,0) = 10 \cdot \text{sen } \pi (1,6 \cdot 0 - 0,8 \cdot 0) = 10 \cdot \text{sen } 0 = 0 \text{ m}$$

b)

$$\Psi(x,t) = A \cdot \text{sen } 2 \pi (kx - \omega t)$$

$$\Psi(x,t) = 10 \cdot \text{sen } \pi (1,6x - 0,8t)$$

Comparando ambas ecuaciones, deducimos que la amplitud es igual a 10 cm ( $A=10$  cm), frecuencia angular ( $\omega$ ) es igual a  $0,8 \pi$  rad/s y el número de onda ( $k$ ) es igual a  $1,6\pi$  ciclos/cm.

La ecuación de la velocidad de propagación es  $v=\omega/k$ , sustituyendo con los valores que nos dan,  $v=0,8 \pi / 1,6 \pi = 0,5$  cm/s.

La longitud de onda se halla sustituyendo en la ecuación de la velocidad de propagación de onda:  $v=\lambda \cdot \omega / 2 \pi$  ;  $v \cdot 2 \pi = \lambda \cdot \omega$  ;  $\lambda = v \cdot 2 \pi / \omega$

$$\lambda = 0,5 \cdot 2 \pi / 0,8 \cdot \pi = 1,25 \text{ cm}$$

c)

La partícula comenzará a vibrar al pasar un tiempo  $t$ , tal que:  
 $x = v \cdot t$  ;  $t = x / v = 10 / 0,5 = 20$  s

sustituimos en la ecuación  $\Psi(x,t) = 10 \cdot \text{sen } \pi (1,6x - 0,8t)$  con  $x = 10$  cm

$$\Psi(x=10,t) = 10 \cdot \text{sen } \pi (1,6 \cdot 10 - 0,8t) ; \Psi(10,t) = 10 \cdot \text{sen } \pi (16 - 0,8t)$$

$$v(t) = dy / dt = -8 \pi \cdot \cos 2 \pi (8 - 0,4t)$$

$$a(t) = dv / dt = -6,4 \pi^2 \text{ sen } 2 \pi (8 - 0,4t)$$

d)

Sustituimos  $t=5,625$  s en la ecuación  $\Psi(x,t) = 10 \cdot \text{sen } \pi(1,6x - 0,8t)$  ;

$$\Psi(x,t=5,625) = 10 \cdot \text{sen } \pi(1,6x - 0,8 \cdot 5,625) ; \Psi(x, 5,625) = 10 \cdot \text{sen } \pi(1,6x - 4,5)$$

$$\Psi = y$$

• Intersección con el eje y: sustituimos con  $x = 0$  en esta ecuación  
 $y(x, 5,625) = 10 \cdot \text{sen } \pi(1,6x - 4,5)$

$$\Psi(0, 5,625) = 10 \cdot \text{sen } \pi(1,6 \cdot 0 - 4,5) = -10 \cdot \text{sen } 4,5 \pi = -10$$

Las coordenadas son (0, -10)

• Intersección con el eje x:  $y = 0$  entonces  $10 \cdot \text{sen } \pi(1,6x - 4,5) = 0$  y operamos:  
 $\text{sen } \pi(1,6x - 4,5) = 0$ ;  $1,6x - 4,5 = \arcsen 0$ ;  $1,6x - 4,5 = 0$

$x = 4,5/1,6$ . a esta ecuación añadimos n para tener en cuenta el numero de vueltas que damos a la circunferencia.

$$X = 4,5 + n / 1,6$$

A partir de esta ecuación, le daremos valores a n para hallar los puntos en que la línea sinuosa corta al eje OX.

Primero, debemos calcular la longitud de la cuerda que se ha puesto en movimiento en  $t=5,625$  s, a partir de la ecuación  $x = v \cdot t$

$$X = v \cdot t ; x = 0,5 \text{ cm/s} \cdot 5,625 \text{ s} = 2,8125 \text{ cm}$$

De este resultado, deducimos que la cuerda a partir de 2,8125 cm está en reposo.

$$\text{Para } n = 0 \rightarrow X = 4,5 + n / 1,6 ; x = 2,8125 \text{ cm } (2,8125, 0)$$

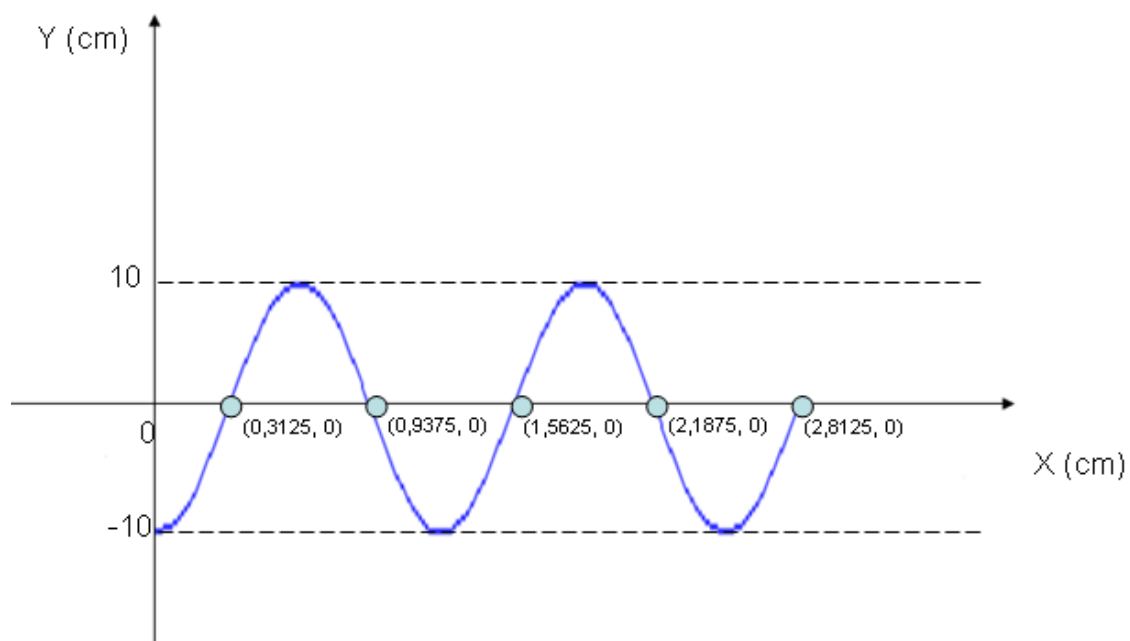
$$\text{Para } n = -1 \rightarrow X = 4,5 + n / 1,6 ; X = 4,5 - 1 / 1,6 ; x = 2,1875 \text{ cm } (2,1875, 0)$$

$$\text{Para } n = -2 \rightarrow X = 4,5 + n / 1,6 ; X = 4,5 - 2 / 1,6 ; x = 1,5625 \text{ cm } (1,5625, 0)$$

$$\text{Para } n = -3 \rightarrow X = 4,5 + n / 1,6 ; X = 4,5 - 3 / 1,6 ; x = 0,9375 \text{ cm } (0,9375, 0)$$

$$\text{Para } n = -4 \rightarrow X = 4,5 + n / 1,6 ; X = 4,5 - 4 / 1,6 ; x = 0,3125 \text{ cm } (0,3125, 0)$$

Con estos datos elaboramos la gráfica:



Mariana García Criado  
Victoria-Belén García-Risco Naharros  
Cristina Rodríguez Vaz

### RELACIÓN 3. Oscilaciones y ondas.

#### PROBLEMA 18:

Dos ondas armónicas de igual frecuencia y amplitud,  $\nu = 50$  Hz,  $A = 2$  cm, viajan a la velocidad de 1 m/s y en sentido positivo al eje OX, existiendo entre ellas una diferencia de fase de  $\pi/3$ . Deducir la ecuación de la onda resultante de la interferencia entre las dos, y las ecuaciones horarias del movimiento de una partícula que se encuentra a 20cm del origen sobre el eje OX.

1)

$$\lambda = c/\nu = 100/50 = 2\text{cm} \qquad k = 2\pi/\lambda = \pi \text{ cm}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 100\pi \text{ s}^{-1}$$

Ecuaciones de las ondas:

$$\Psi_1 = 2 \text{ sen } (\pi x - 100\pi t + \pi/3)$$

$$\Psi_2 = 2 \text{ sen } (\pi x - 100\pi t)$$

Onda resultante:

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = 2 [\text{sen } (\pi x - 100\pi t + \pi/3) + \text{sen } (\pi x - 100\pi t)]$$

Simplificamos:

$$\text{sen } a + \text{sen } b = 2 \cos ((a-b)/2) \text{ sen } ((a+b)/2)$$

$$\Psi = 4 \cos (\pi/6) \text{ sen } (\pi x - 100\pi t + \pi/6) = 2\sqrt{3} \text{ sen } \pi (x - 100t + 1/6)$$

2)

$$\text{Si } x = 20\text{cm:} \qquad \Psi (t) = 2\sqrt{3} \text{ sen } \pi (-100t + 121/6)$$

$$\mathbf{v = d\Psi/dt = A\omega \cos(\omega t + \gamma) = -200\sqrt{3} \pi \cos \pi (-100t + 121/6)}$$

$$\mathbf{a = dv/dt = -A\omega^2 \text{ sen } (\omega t + \gamma) = -2 \times 10^4 \sqrt{3} \pi^2 \text{ sen } \pi (-100t + 121/6)}$$

**Pedro Sánchez Reigosa**  
**Luis Fernando Muñoz Bermúdez**  
**Ana Lima Osorio**