Fluidos : Gases , líquidos

Gas : Distancia promedio entre dos moléculas es grande comparada con tamaño de molécula

Líquidos : Fuerzas atractivas entre moléculas son importantes

DENSIDAD

$$\rho = \frac{m}{V}$$

1 gramo : masa de 1 cm^3 de agua

$$\rho_w = 1 \frac{g}{cm^3} = 1 \frac{g}{cm^3} \times 10^{-3} \frac{kg}{g} \times \frac{1}{(10^{-2})^3} \times \frac{cm^3}{m^3}$$
$$= 10^3 \ kg/m^3$$

$$1 L = 10^3 cm^3 = 10^{-3} m^3$$

ρ_{gas} depende de la temperatura y la presión

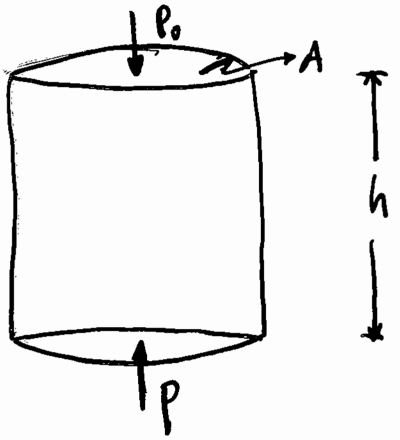
PRESIÓN

Cuerpo sumergido en fluido → fuerza perpendicular a la superficie del cuerpo en cada punto

$$P = \frac{F}{A}$$

SI : Pascal = $1\ N/m^2$

$1\ atm = 101{,}325\ kPa = 760\ mmHg$



$P > P_0$

$Peso = mg = \rho V g = \rho A h g$

$$PA - P_0 A = Peso = \rho A h g$$

$$\boxed{P = P_0 + \rho g h \quad (\rho \equiv cte)}$$

Principio de Pascal

"Presión ejercida sobre un líquido encerrado se transmite por igual a cualquier pto del fluido y a las paredes del recinto que lo contiene"

Aplicación: elevador hidraulico, paradoja hidrostática...

Gases: $p(h)$ es más compleja ya que $\rho(p)$

PRINCIPIO DE ARQUIMEDES

"Cuerpo parcial o completamente sumergido en fluido experimenta una fuerza hacia arriba igual al peso del fluido desplazado"

Peso "aparente" de cuerpo totalmente sumergido

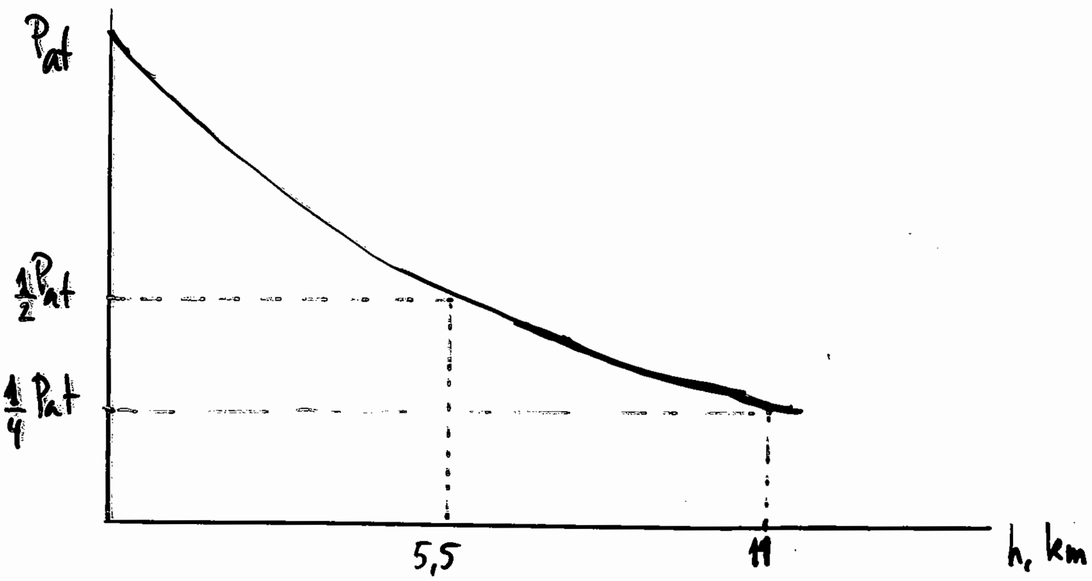
$$P_{ap} = P - E = mg - m_{liq}\, g = \rho g V - \rho_{liq}\, g V$$
$$= \rho g V \left(1 - \frac{\rho_{liq}}{\rho}\right)$$

Presión en gases

Relación entre presión y altura más complicada en un gas que en un líquido debido a que

$$\rho \propto p$$

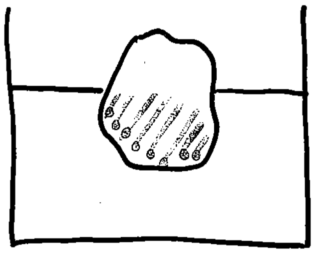
Presión disminuye con altura pero no linealmente



Si $h = 5{,}5$ km $\Rightarrow$ p es la mitad que a nivel del mar

Si $h = 11$ km $\Rightarrow$ p se hace la mitad de la anterior, o sea, p es la cuarta parte que a nivel del mar

Decrecimiento exponencial



$V' \equiv$ Volumen sumergido

$V \equiv$ Volumen total

Equilibrio estático : $\rho V g = \rho_\ell V' g$

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho}{\rho_\ell}$$

Ejemplo: $\rho_{hielo} = 920\,kg/m^3$

$\rho_{agua\,mar} = 1025\,kg/m^3$ $\Rightarrow$ $\frac{V'}{V} = \frac{920\,kg/m^3}{1025\,kg/m^3}$

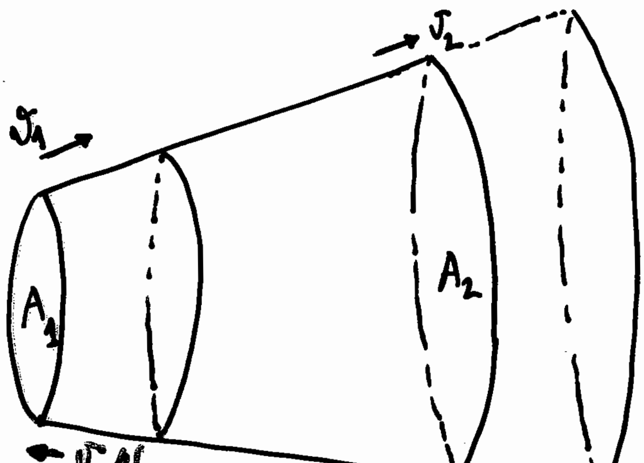
$= 0{,}898$

FLUIDOS EN MOVIMIENTO

Hipótesis: Fluido ideal e incompresible, es decir, fluido sin viscosidad (fluye sin disipar energía mecánica) y densidad ρ constante

Ecuación de continuidad

Principio de conservación de la masa



¿Cuanta masa de fluido ha atravesado A_1 ó A_2 en Δt?

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho$$

En Δt, $\quad \Delta m = \rho A_1 v_1 \Delta t$

$\quad \Delta m = \rho A_2 v_2 \Delta t$ $\Longrightarrow$ $\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$

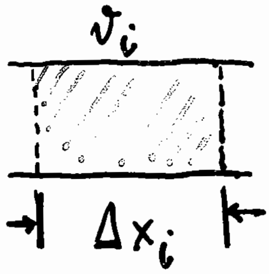
Ecuación de Bernoulli

Principio de conservación de la energía

$$W_{total} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

En Δt, la masa Δm se ha movido desde y_1 a y_2 y su velocidad ha pasado de ser v_1 a v_2

$$\Delta m = \rho \Delta V$$



$$\Delta m = \rho\, v_i \,\Delta t\, A_i$$

Variación de $E_{potencial}$

$$\Delta E_p = \Delta m g y_2 - \Delta m g y_1 = \rho \Delta V g (y_2 - y_1)$$

Variación de $E_{cinética}$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2 - \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 = \frac{1}{2} \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2)$$

Fluido detrás de la masa fluida Δm ejerce fuerza

$$F_i = P_i A_i$$

Trabajo realizado por fuerzas de presión

$$W_1 = F_1 \Delta x_1 = p_1 A_1 \Delta x_1 = p_1 \Delta V$$

$$W_2 = -F_2 \Delta x_2 = -p_2 A_2 \Delta x_2 = -p_2 \Delta V$$

Fuerza realiza trabajo negativo ya que se opone al movimiento

Trabajo total

$$W_T = W_1 + W_2 = (p_1 - p_2)\,\Delta V$$

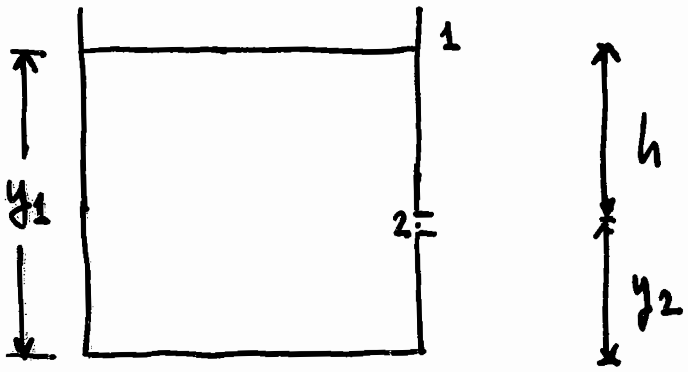
En consecuencia,

$$(p_1 - p_2)\,\cancel{\Delta V} = \rho\,\cancel{\Delta V}\,g\,(y_2 - y_1) + \frac{1}{2}\rho\,\cancel{\Delta V}\,(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\boxed{p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2}$$

APLICACIONES

a) Fórmula de Torricelli



$$v_1 \ll v_2 \implies v_1 \simeq 0$$

Dado que puntos 1 y 2 están abiertos al exterior

$$P_1 = P_2 = P_{atm}$$

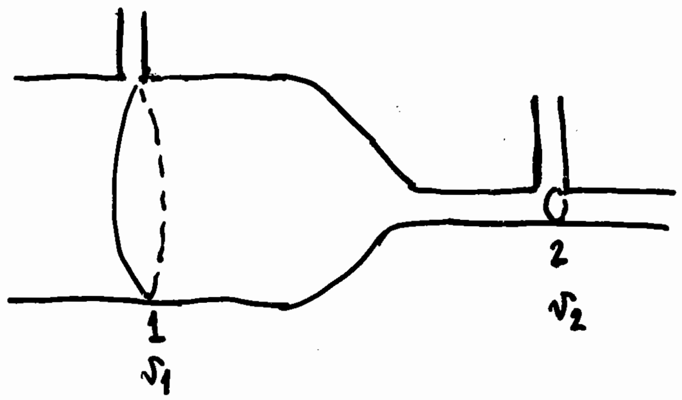
Bernoulli:

$$P_{at} + \rho g y_1 + 0 = P_{at} + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\rho g (y_1 - y_2) = \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$\boxed{v_2 = \sqrt{2gh}}$$

b) Anemometría



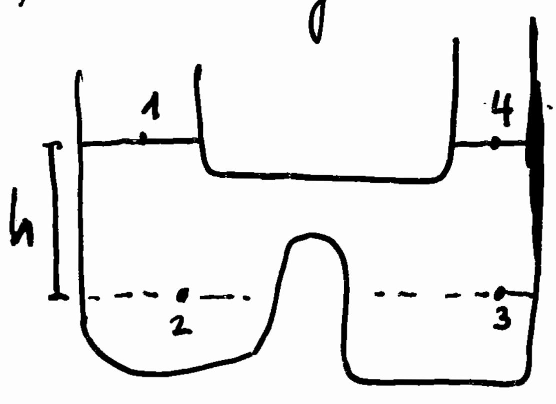
Conductor nivelado: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

Midiendo diferencias de presión, calculo velocidades

Si $A_1 > A_2 \Rightarrow v_1 < v_2 \Rightarrow p_1 > p_2$

c) Barómetros y manómetros



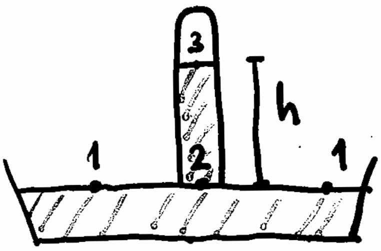
Fluido en equilibrio: $v = 0$

$p_2 = p_1 + \rho g h$

presión exterior

$p_1 = p_4 \qquad p_2 = p_3$

Presión exterior : Barómetro



Fluido asciende por tubo hasta altura h

$p_3 \approx 0 \Rightarrow p_2 = \rho g h$

Pero $p_1 = p_2 = p_{exterior}$

Si mido h determino p_{ext}

Líquido utilizado : Mercurio (Hg)

A $T \approx 300$ K (temp. ambiente) $p_{vapor} \simeq 0$ ($p_3 \simeq 0$)

1 atm : altura de columna de Hg de 760 mm

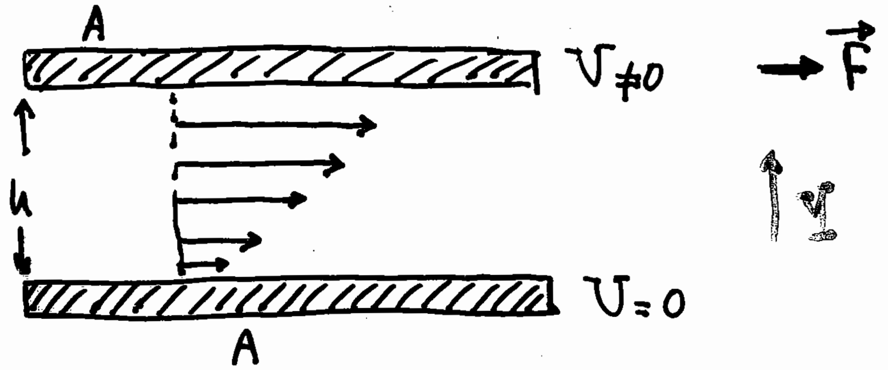
$$1 \text{ atm} = \rho_{Hg}\, g\, h = 13.600 \text{ kg m}^{-3}\ 9{,}82 \text{ m s}^{-2}\ 0{,}760 \text{ m}$$

$$= 1{,}013 \times 10^{5} \text{ N m}^{-2}$$

Presión media de la atmósfera al nivel del mar

LEY DE POISEVILLE

Fluidos reales con viscosidad. Disipación de energía



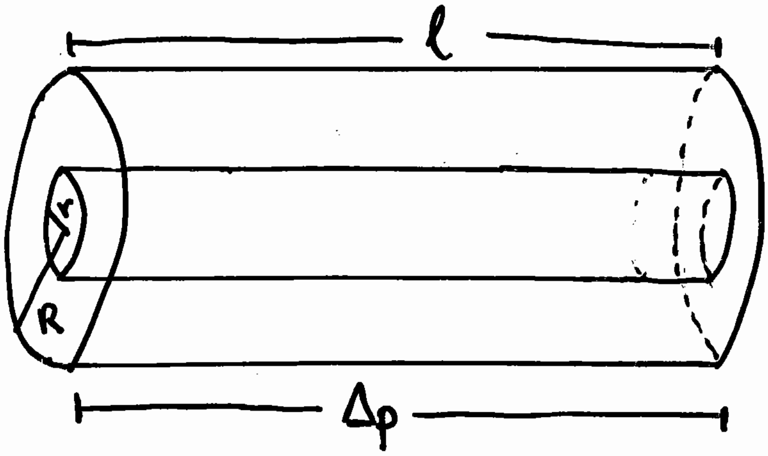
Pared móvil. Fluido cerca de la pared móvil se mueve a la velocidad v. Disminuye la velocidad del fluido a medida que nos movemos a planos inferiores. Flujo laminar

$$F = \eta \, A \, \frac{dv}{dy}$$

coef. de viscosidad

SI : $\frac{N \cdot s}{m^2} = Pa \cdot s = 10 \, poise$

Flujo laminar en tubería cilíndrica



Tubo de Radio R y longitud l por donde circula fluido de viscosidad η

Δp = diferencia de presión

Consideremos tubo de fluido de radio r

$$F = \Delta p \underbrace{\pi r^2}_{\text{área transversal de tubo de fluido}}$$

Si no actuara otra fuerza $\Rightarrow$ fluido se acelera

Fuerza opuesta sobre tubo de fluido debida a η

Actúa sobre superficie lateral

$$F_l = \eta A_l \frac{dv}{dr} = \eta \, 2\pi r l \frac{dv}{dr}$$

$v \downarrow$ Si $r \uparrow \Rightarrow \frac{dv}{dr} < 0$

Si $r = R \Rightarrow v = 0$

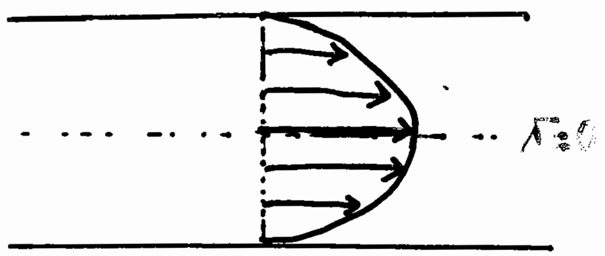
Equilibrio mecánico (2ª ley de Newton)

$$\Delta p \, \pi r^2 + 2\pi r l \eta \frac{dv}{dr} = 0$$

$$-dv = \frac{\Delta p}{2\eta l} r \, dr$$

$$-\int_v^0 dv = \frac{\Delta p}{2\eta l} \int_r^R r \, dr$$

$$v(r) = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2)$$

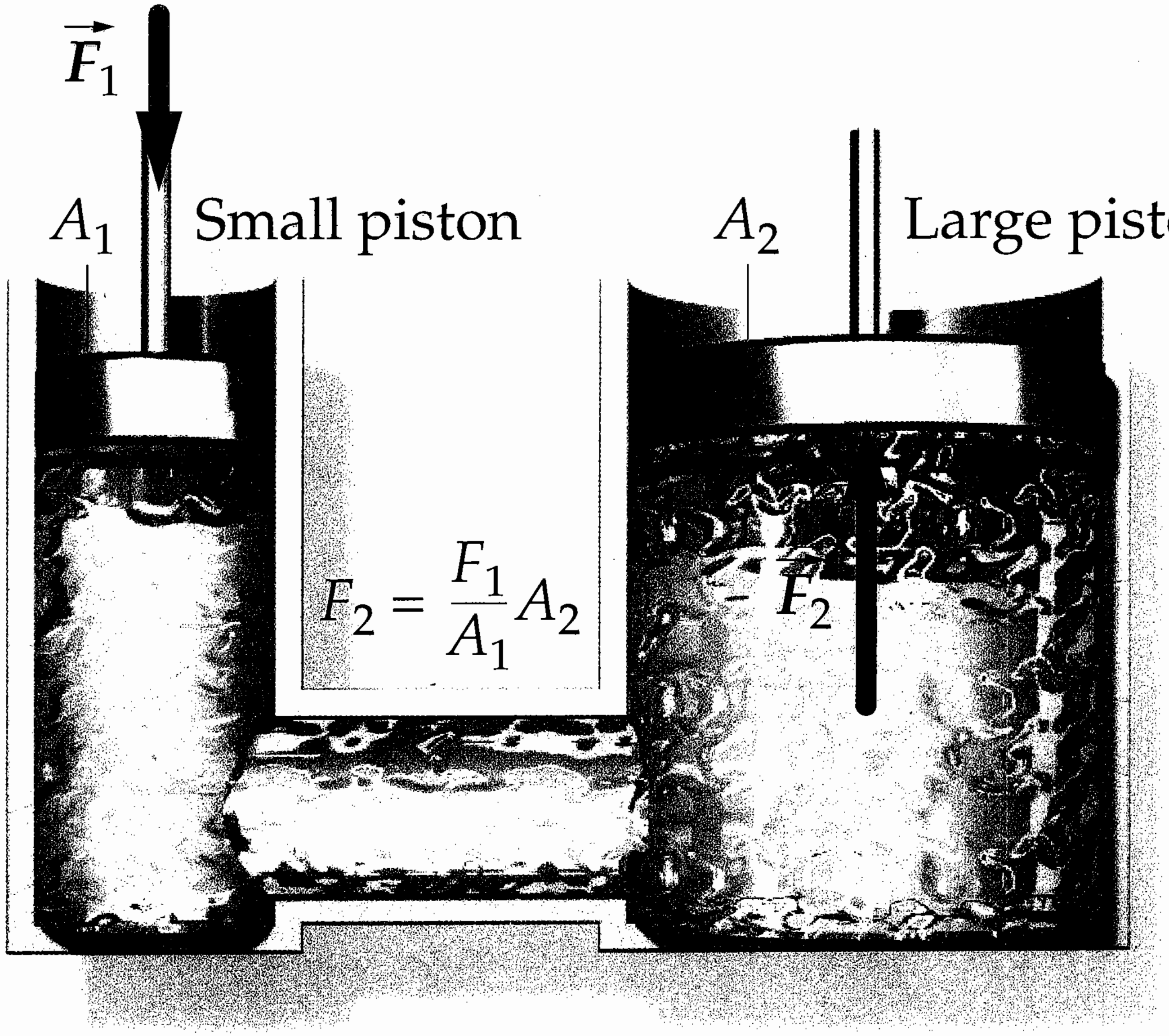


Perfil parabólico del flujo de Poiseuille

$v_{máxima}$ en $r=0$

Transparency 51
Figure 13-5, page 378
Hydraulic lift

Tipler: **Physics for Scientists and Engineers**
Fourth Edition, Volume 1



Transparency 52
Figure 13-10, page 380; Figure 13-11, page 381
Forces on a submerged body (*left*) and buoyant force on a fluid element (*right*)

Tipler: **Physics for Scientists and Engineers**
Fourth Edition, Volume 1

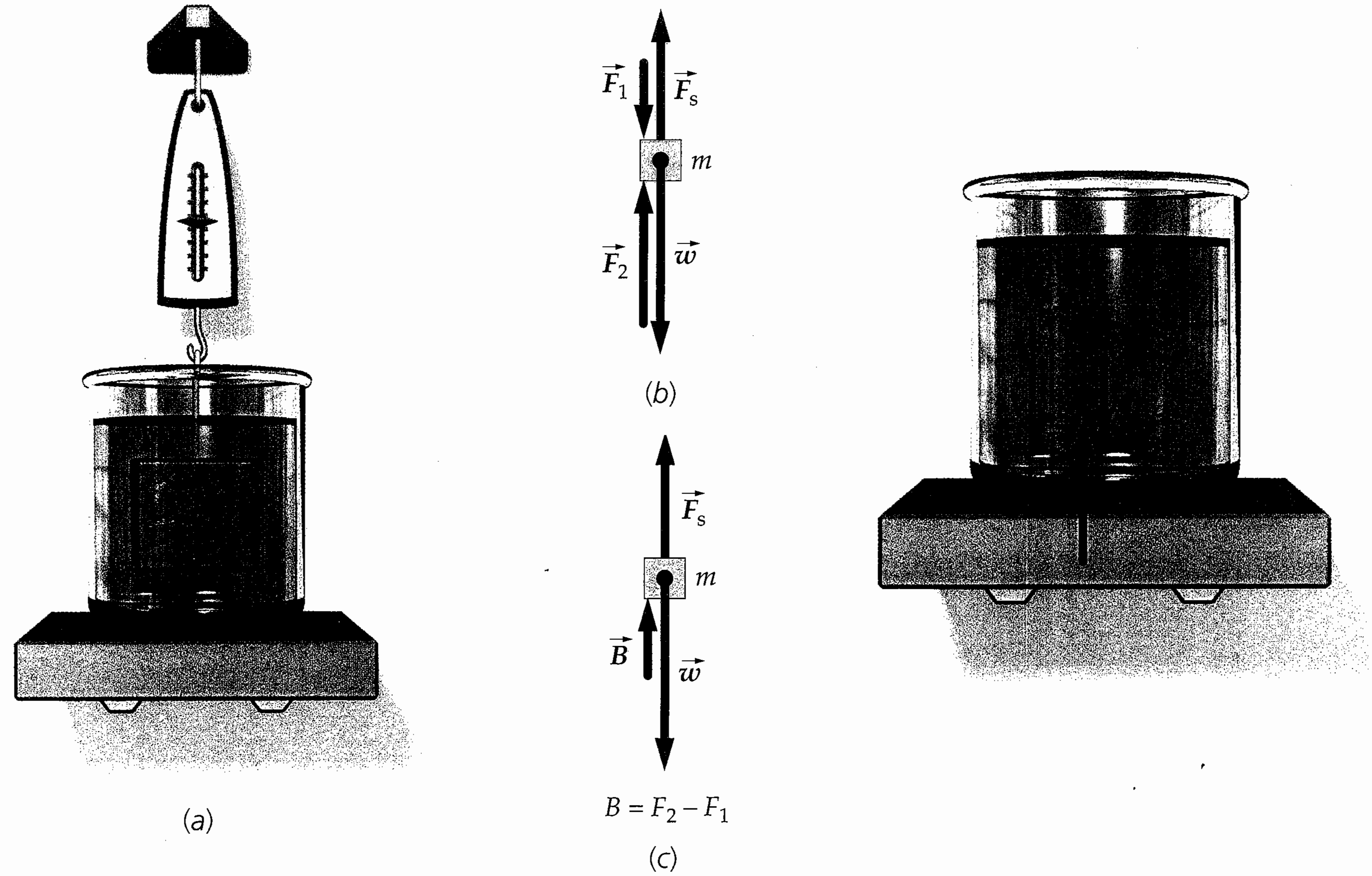
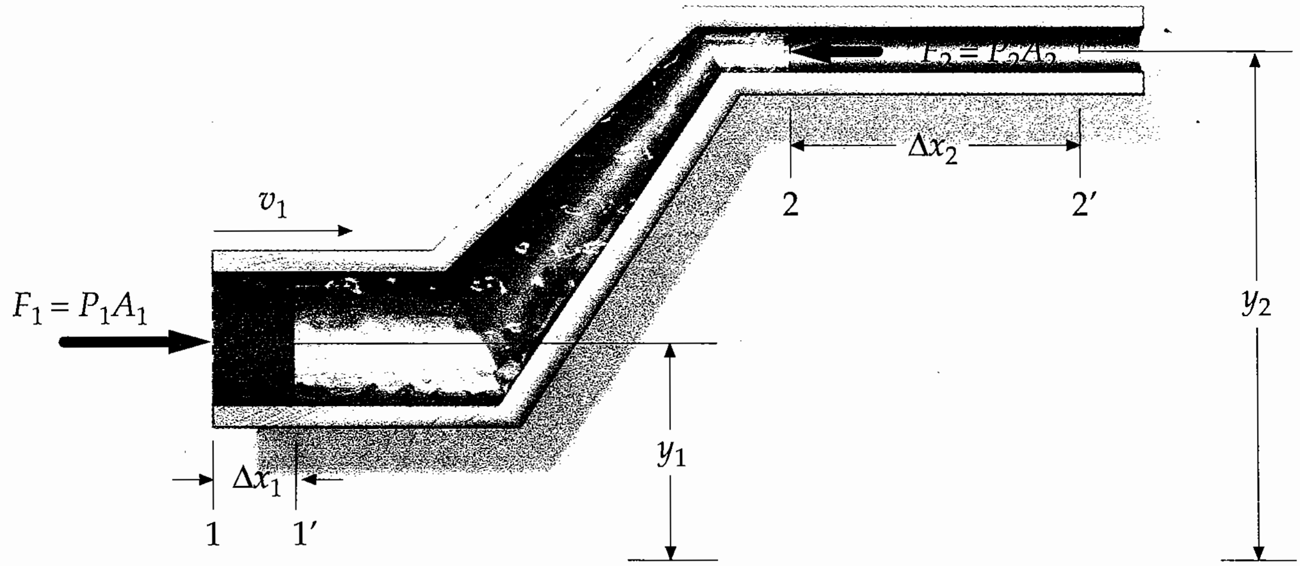
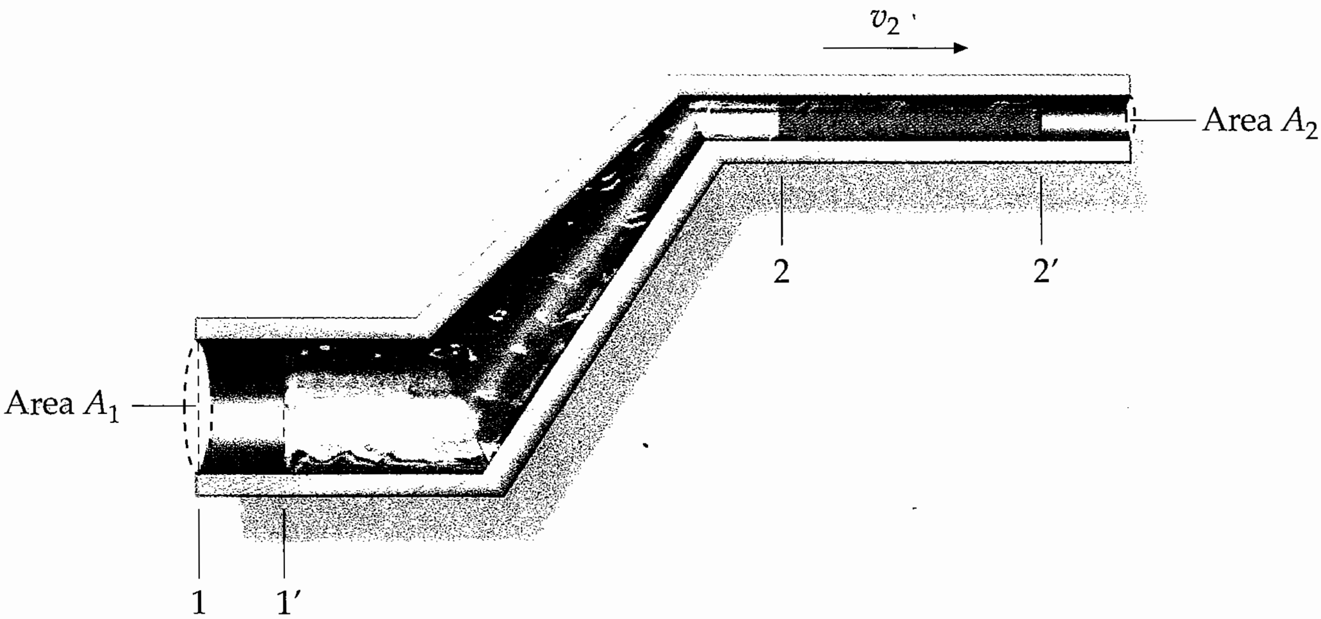


Figure 13-14, page 385
Fluid in a pipe for derivation of Bernoulli's equation

Tipler: **Physics for Scientists and Engineers**
Fourth Edition, Volume 1



(*a*)



(*b*)