EJERCICIO 11

Realizado por:

Isabel Lorenzo Gallardo
María González Plaza
Belén García de la Concepción

Un cilindro uniforme de masa *m_1* y radio *R* gira sobre un eje sin rozamiento. Se enrolla una cuerda alrededor del mismo que se une a una masa *m_2* la cual está apoyada en un plano inclinado sin rozamiento de ángulo *Θ*. El sistema se deja en libertad desde el reposo con *m_2* a una altura *h* sobre la base del plano inclinado.

a) **¿cuál es la aceleración de la masa *m_2*?**
b) **¿cuál es la tensión de la cuerda?**
c) **¿cuál es la energía total del sistema cuando *m_2* está a la altura *h*?**
d) **¿cuál es la energía total cuando *m_2* está en la base del plano inclinado y posee una velocidad *v*?**
e) **¿cuál es el valor de *v*?**
f) **Analizar las respuestas para los casos extremos de *$\Theta=0^o$*, *$\Theta=90^o$* y *$m_1=0$*.**

a) Descomponemos las fuerzas de la masa m_2 $\Sigma F = ma$

Eje y: $F_N = P_y$

Eje x: $-T+P = m_2a$

$-T= m_2a - m_2g\ \text{sen}\Theta$

$T= -m_2a + m_2g\ \text{sen}\Theta$

Por otra parte, al cilindro (m_1) le aplicamos la 2ª Ley de Newton al momento de una fuerza:

$\tau = I\alpha$ $\rightarrow$ Igualamos estas dos ecuaciones

$\tau = FR$

$I\alpha = FR$

$\downarrow$

La única fuerza que actúa es la T

De modo que queda: $TR=I\alpha$

$a = \alpha R \Rightarrow \alpha = \dfrac{a}{R}$

$$I = \frac{1}{2} m_1 R^2$$

$$TR = \frac{1}{2} m_1 R^2 \frac{a}{R}$$

$\rightarrow$ Aquí las R se van

$$T = \frac{\frac{1}{2} m_1 R^2 \frac{a}{R}}{R}$$

$$T = \frac{1}{2} m_1 a$$

Ahora igualamos las T para calcular la aceleración:

$$-m_2 a + m_2 g sen\theta = \frac{1}{2} m_1 a$$

$$m_2 a + \frac{1}{2} m_1 a = m_2 g sen\theta$$

$$a\left(m_2 + \frac{1}{2} m_1\right) = m_2 g sen\theta$$

$$a = \frac{m_2 g sen\theta}{m_1 + 2m_2}$$

b)

$$T = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{m_2 g sen\theta}{m_1 + 2m_2} \right)$$

$$T = \frac{\frac{1}{2} m_1 m_2 g sen\theta}{m_1 + 2m_2}$$

$$T = \frac{\frac{1}{2} m_2 g sen\theta}{1 + \frac{2m_2}{m_1}}$$

c) Aplicamos el Teorema de la Conservación de la energía:

$$E_m = \underbrace{E_{c0}}_{0} + E_p$$

Por lo que $E_m = m_2 g h$

d) Por el Principio de la conservación de la energía, es la misma E que en el apartado anterior, ya que las fuerzas son conservativas.

e) $\underbrace{E_{c0}}_{0} + E_{p0} + \underbrace{E_{cT0}}_{0} = E_{cf} + \underbrace{E_{pf}}_{0} + E_{cTf}$

$$m_2gh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}m_2v_f^2$$

$$m_2gh = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m_1R^2\right)\left(\frac{v_f^2}{R^2}\right) + \frac{1}{2}m_2v_f^2$$

$\rightarrow$Las R se van en la 2ª igualdad

$$m_2gh = \frac{1}{4}m_1v_f^2 + \frac{1}{2}m_2v_f^2$$

$$v_f^2\left(\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{2}m_2\right) = m_2gh$$

$$v_f = \sqrt{\frac{m_2gh}{\frac{1}{4}m_1 + \frac{1}{2}m_2}} = \sqrt{\frac{gh}{\frac{1}{2} + \frac{m_1}{4m_2}}} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{m_1}{2m_2}}}$$

f) m=1
θ=0º $\Rightarrow$ aceleración? a= 0 m/s^2

m_1=0
θ=90º $\Rightarrow$ aceleración? a= 9,81 m/s^2

Aquí simplemente hemos sustituido la m y el ángulo que nos dan en la ecuación de la aceleración que calculamos al principio.