

Ejercicio.-13

Dos ondas armónicas de igual frecuencia y amplitud $f=50\text{Hz}$, $A=2\text{cm}$ viajan a la velocidad de 1m/s y con sentido del eje OX, existiendo entre ellas una diferencia de fase de $\frac{\pi}{3}$. Deducir la ecuación de la onda resultante de la interferencia de las dos, y las ecuaciones horarias del movimiento de una partícula que se encuentran a 20cm del origen del eje OX.

Datos del problema:

$$f=50\text{Hz}$$

$$A=0,02\text{m}$$

$$V=1\text{m/s}$$

$$y = A\cos(kx - \omega t)$$

$$\lambda = v \cdot T$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{1}{50} = 0,02\text{m}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 100\pi \text{ rad / s}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,02} = 100\pi \text{ m}^{-1}$$

Utilizando las ecuaciones que nos relacionan la longitud de onda, la frecuencia, la frecuencia angular y el número de onda obtenemos los elementos necesarios para definir a una onda.

Nos hayamos entonces con dos ondas iguales que difieren en la fase.

$$y_1 = 0,02\cos(100\pi x - 100\pi t)$$

$$y_2 = 0,02\cos(100\pi x - 100\pi t + \frac{\pi}{3})$$

Hallamos ahora la superposición de las dos ondas:

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\cos\left(\frac{a-b}{2}\right); \text{ siendo } a=100\pi x-100\pi t \text{ y } b=100\pi x-100\pi t+\pi/3$$

$$y = 0,04\cos\left(\frac{1}{2}(100\pi x - 100\pi t + 100\pi x - 100\pi t + \frac{\pi}{3})\right)\cos\left(\frac{1}{2}(100\pi x - 100\pi t - 100\pi x + 100\pi t - \frac{\pi}{3})\right)$$

$$y = 0,04\cos(100\pi x - 100\pi t + \frac{\pi}{6})\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 0,04\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\pi(100x - 100t + \frac{1}{6})$$

Finalmente, el problema nos da el dato de $x = 20$ cm, para los cuales hay que obtener las ecuaciones horarias, es decir, la posición, la velocidad y la aceleración.

$$x = 0,2\text{m}$$

$$y = 0,02\sqrt{3}\text{Cos}\pi\left(\frac{121}{6} - 100t\right)$$

$$v = \frac{dy}{dt} = 2\pi\sqrt{3}\text{Sen}\pi\left(\frac{121}{6} - 100t\right)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -200\pi^2 \sqrt{3}\text{Cos}\left(\frac{121}{6} - 100t\right)$$