EJERCICIO 15:

Un cilindro uniforme de masa 90 Kg y radio 0,4 m está dispuesto de modo que gira sin rozamiento alrededor de su eje de simetría, gracias a una correa de transmisión que se arrolla sobre su perímetro y ejerce un momento constante. En el tiempo t = 0 su velocidad angular es cero. En el tiempo t = 25s su velocidad angular es de 500 rev/min.

a) ¿Cuál es su momento angular en t = 25s?

b) ¿Cómo se incrementa el momento angular en cada unidad de tiempo?

c) ¿Qué momento externo actúa sobre el cilindro?

d) ¿Cuál es la magnitud de la fuerza que actúa sobre la periferia del cilindro?

a)

En primer lugar, pasamos las rev/min a rad/s:

$$500\frac{rev}{\min}\times\frac{2\pi rad}{1rev}\times\frac{1\min}{60s}=52{,}35\ \text{rad/s}$$

Pasamos a calcular el momento angular en t = 25s, por la fórmula del momento angular (es el producto del momento de inercia "I" por la velocidad angular "w"):

$$\vec{L}=I\times\vec{w};$$

Como $I=\frac{1}{2}m\times R^2$:

$$\vec{L}=\frac{1}{2}m\times R^2\times w;$$

$$\vec{L}=\frac{1}{2}\times 90\times(0{,}4)^2 m\times 52{,}35 rad/s;$$

$$\underline{\vec{L}=376{,}92 Kgm^2 rad/s}$$

Realizado por:

Marta Borrallo Pajuelo
Alejandro Durán Collado
Francisco J. Fernández Cruz
Florencia Fernández Fernández

b)

Para saber el incremento del momento angular en cada unidad de tiempo, debemos saber cuanto vale $\vec{L}$ cuando en tiempo es cero; y cuanto vale cuando el tiempo es 1 segundo:

$\vec{L}$ cuando t = 0:

$$\vec{L}_{0s} = I \times w_{os};$$

Como w es cero cuando t vale cero:

$$\vec{L} = 0Kgm^2 rad/s$$

Ahora vamos a calcular el momento de inercia cuando t vale 1:

Pero antes debemos calcular la aceleración angular:

$$w = w_0 + \alpha t;$$
$$52{,}35 = 0 + \alpha \times 25;$$
$$\alpha = \frac{52{,}35}{25} = 2{,}094 rad/s^2$$

Calculamos $\vec{L}$ cuando t =1s:

$$\vec{L}_{1s} = I \times w_{1s};$$
$$\vec{L}_{1s} = \frac{1}{2} mR^2 (w_{0s} + \alpha(t = 1s));$$
$$\vec{L}_{1s} = \frac{1}{2} \times 90 \times (0{,}4)^2 \times 2{,}094;$$
$$\vec{L}_{1s} = 15{,}07 Kgm^2 rad/s$$

Calculamos el incremento de $\vec{L}$ como la diferencia entre el momento angular en t = 0s y t = 1s:

Realizado por:

Marta Borrallo Pajuelo
Alejandro Durán Collado
Francisco J. Fernández Cruz
Florencia Fernández Fernández

$$\underline{\Delta\vec{L} = \vec{L}_{1s} - \vec{L}_{0s} = 15{,}07 - 0 = 15{,}07 Kgm^2 rad/s}$$

c)

La fuerza externa que actúa sobre el cilindro es el momento externo M; que es igual al producto entre el radio R y la fuerza F, que equivale a decir que es igual al momento de inercia por la aceleración angular:

$$M_{ext} = R \times F = I \times \alpha;$$

$$M_{ext} = \frac{1}{2} m R^2 \alpha;$$

$$M_{ext} = \frac{1}{2} \times 90 \times (0{,}4)^2 \times 2{,}097;$$

$$\underline{M_{ext} = 15{,}07 N/m}$$

d)

$$M_{ext} = R \times F;$$

Como conocemos el radio y el momento externo, despejamos la fuerza, y nos queda:

$$F = \frac{M_{ext}}{R};$$

$$F = \frac{15{,}07}{0{,}4};$$

$$\underline{F = 37{,}675 N}$$

Realizado por:

Marta Borrallo Pajuelo
Alejandro Durán Collado
Francisco J. Fernández Cruz
Florencia Fernández Fernández