7. Un péndulo simple de longitud L se libera del reposo desde un ángulo ϕ_0:

a) Suponiendo que el péndulo realiza un movimiento armónico simple, determinar su velocidad cuando atraviesa la posición $\phi = 0$:

$\phi = \phi_0 \cdot \cos w \cdot t$

Ahora derivamos y obtenemos

$$ds = l \cdot d\phi \rightarrow v(t) = \frac{ds}{dt} = L \cdot \frac{d\phi}{dt} = l \cdot (-w \cdot \phi_0 sen \cdot w \cdot t)$$

$v_{\max} = L \cdot w \cdot \phi_0$ (Porque el sen de wt como mucho vale uno)

$$w = \sqrt{\frac{g}{L}};\ v_{\max} = L \cdot \phi_0 \cdot \sqrt{\frac{g}{L}} = \sqrt{gL} \cdot \phi_0$$

b) Considerando la conservación de la energía, determinar exactamente esta velocidad.

Aplicamos el TCE

$$Ec_a + Ep_a = Ec_b + Ep_b$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_f^{\,2}$$

$$g \cdot L \cdot (1 - \cos\phi_0) = \frac{1}{2} \cdot v_f^{\,2}$$

$$v_f = \sqrt{2 \cdot (g \cdot L \cdot (1 - \cos\phi_0)}$$

c) Demostrar que los resultados de (a) y (b) coinciden cuando ϕ_0 es pequeño:

Cuando ϕ es muy pequeño

Sen $\phi = \phi$

Cos $\phi = 1 - \frac{\phi^2}{2}$

$$V = \sqrt{2 \cdot g \cdot L \cdot (1 - (1 - \frac{\phi_0^{\,2}}{2})}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot L \cdot (1 - (\frac{2 - \phi_0^{\,2}}{2})}$$

$$v = \sqrt{2gL \frac{\phi_0^{\,2}}{2}}$$

$$v = \sqrt{g \cdot L \cdot}\ \phi_0$$

d) Determinar la diferencia de los resultados para ϕ_0 =0.20 rad y L=1

$\phi_0 = 0.20\ rad$

$L = 1\ m$

$V_{\max} = \sqrt{g \cdot L} \cdot \phi_0$

$v_{\max} = 0.9 \cdot 1 \cdot 0.20$

$v_{\max} = 0.6264\ m/s$

Y con la velocidad del apartado b) obtenemos el resultado con una diferencia de 1mm/s.