Tema 4

ORIGENES
DE LA FISICA CUANTICA

CURSO 2009-2010

- **Finales siglo XIX: se pensaba que la física conocida hasta entonces, denominada física clásica (electromagnetismo, termodinámica, mecánica, ...) era suficiente para describir el universo físico.**

- **Habrá 2 grandes revoluciones, con las que se alcanzará la denominada FISICA MODERNA:**

  - ***Relatividad Especial de Einstein***
  - ***Teoría cuántica (1900-1930)***

Un cuerpo a cualquier temperatura emite radiación térmica, cuyas características dependen de la temperatura y propiedades del objeto

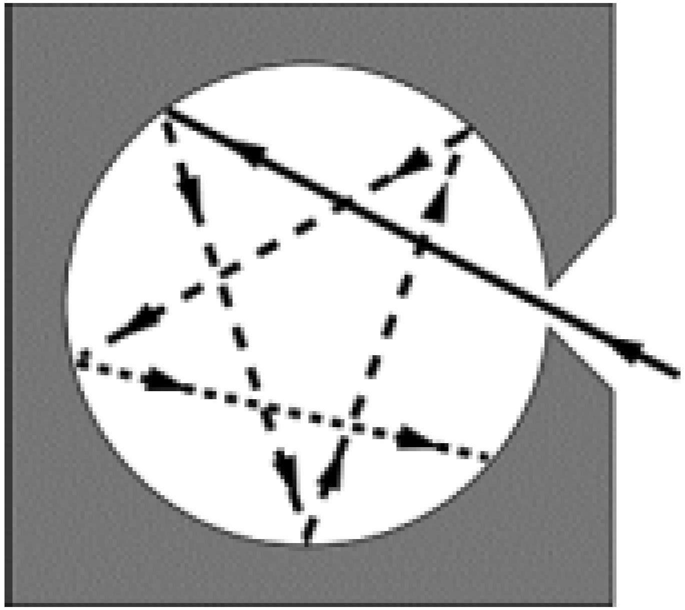
- A baja T, la emisión es fundamentalmente en el infrarrojo (no visible). Al aumentar T, el cuerpo se vuelve rojo, después blanco ......

- En realidad, la radiación térmica está formada por una distribución contínua de longitudes de onda, que van desde el infrarrojo, pasando por el visible, hasta UV.

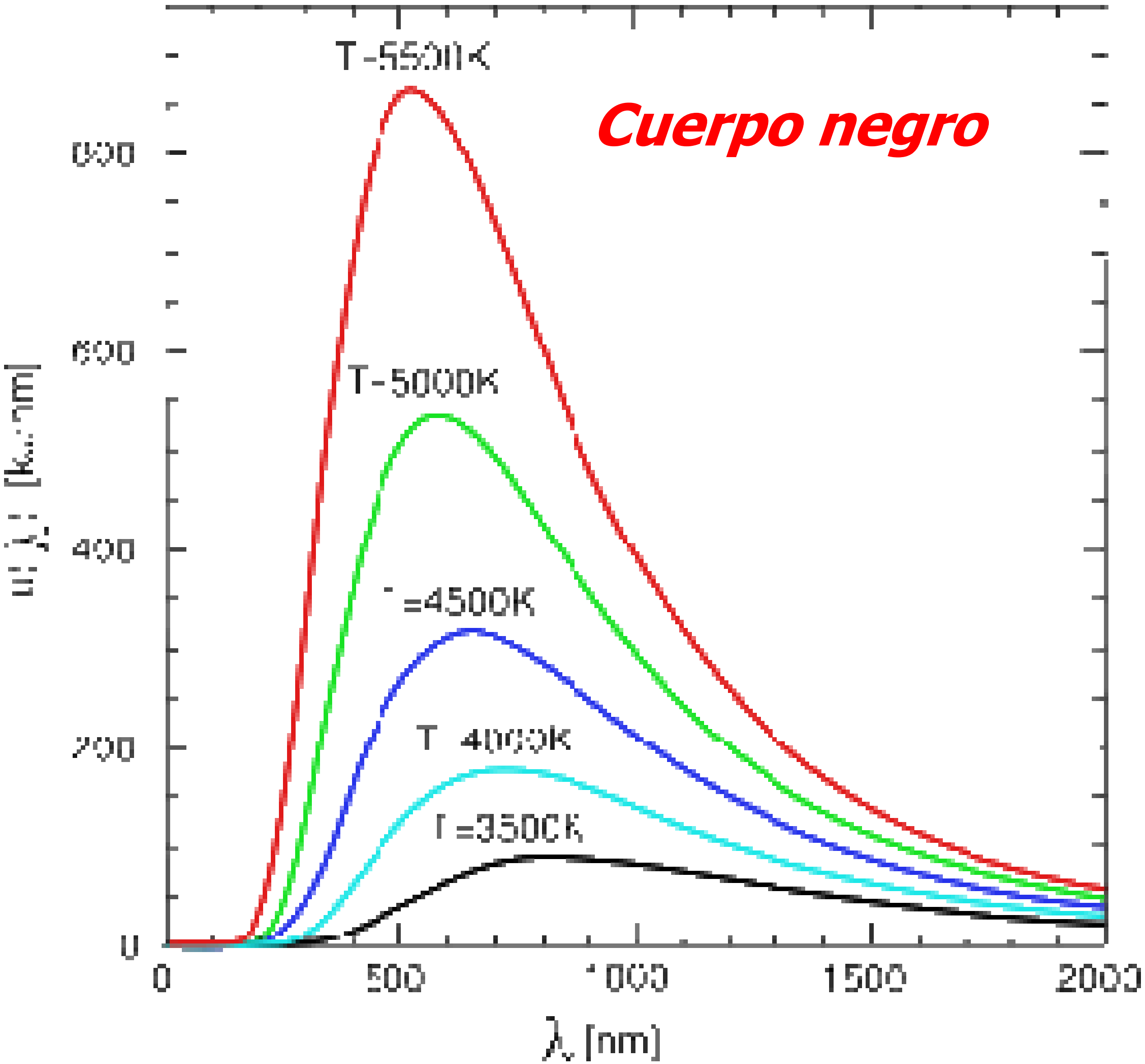
Cuerpo negro

- Cuerpo ideal que absorbe toda la radiación que incide sobre el. Una aproximación a un C.N es un agujero en una cavidad

- En un cuerpo negro, la radiación emitida solo depende de la Temperatura T a la que se encuentra.



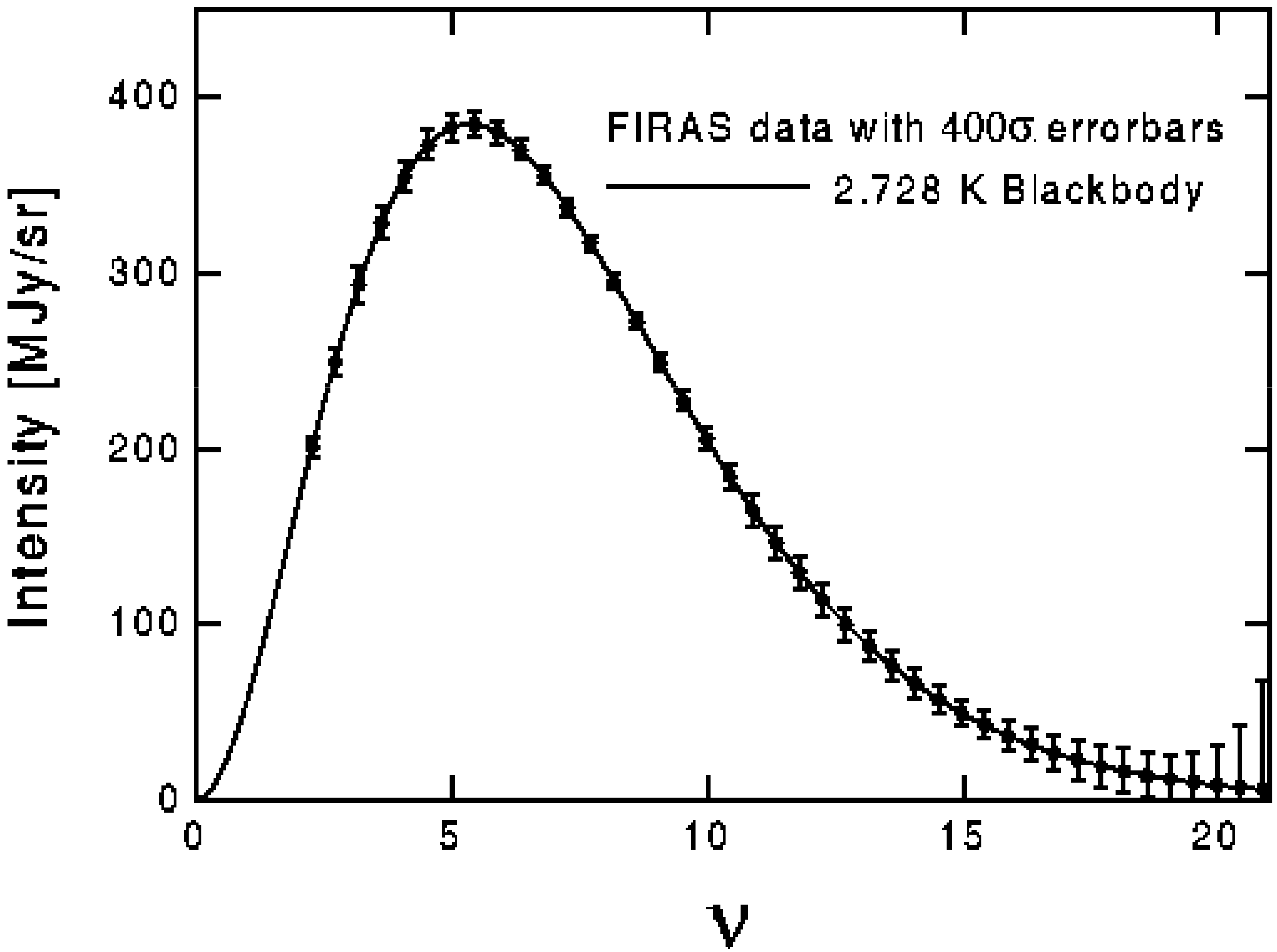
Cuerpo negro

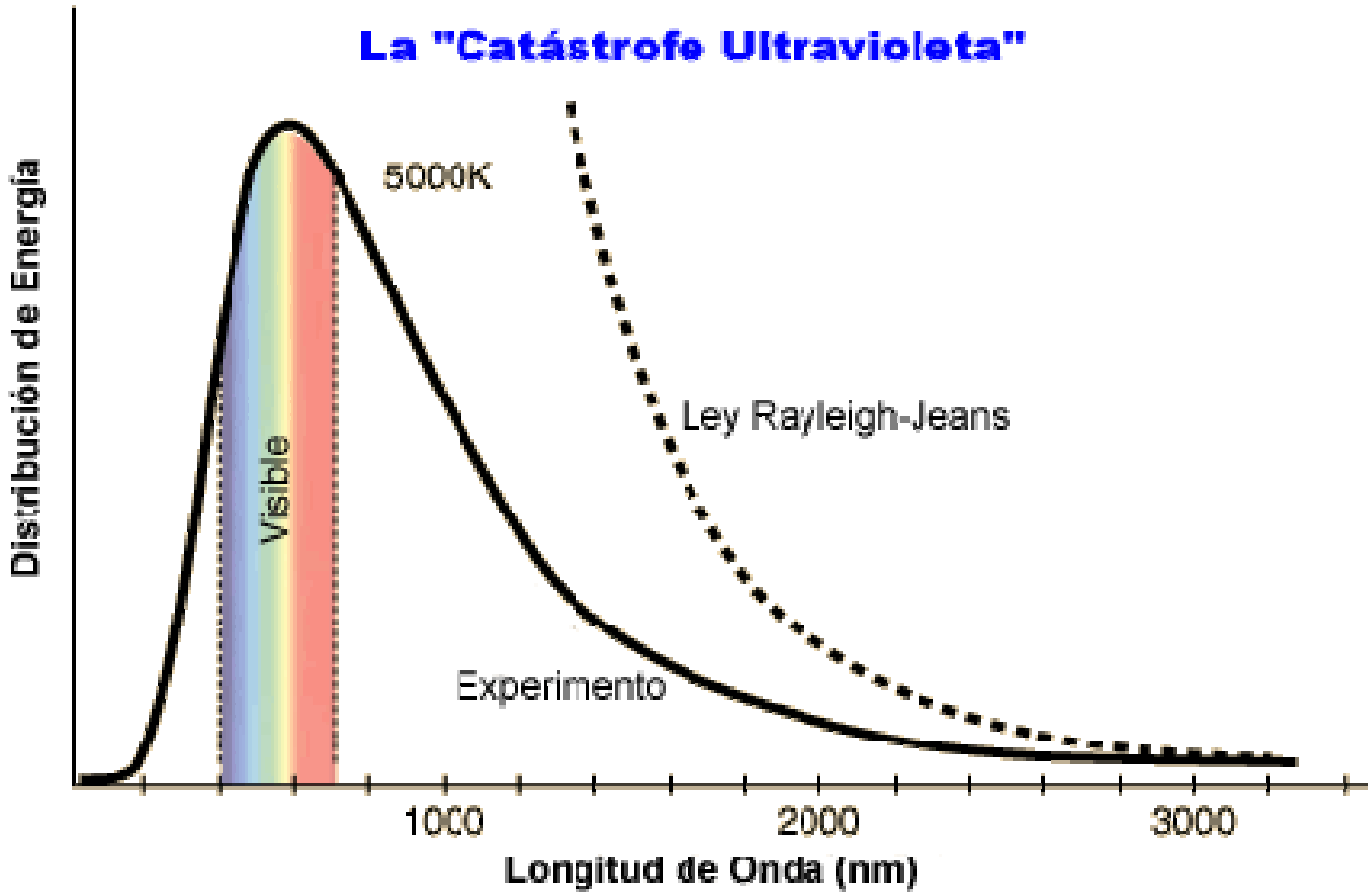


$$\lambda_{\max} = \frac{2.898\,\mathrm{mm}\cdot\mathrm{K}}{T}$$

$$P = \sigma A e T^4$$

Radiación de fondo de microondas




La "Catástrofe Ultravioleta"
Distribución de Energía
5000K
Visible
Ley Rayleigh-Jeans
Experimento
1000
2000
3000
Longitud de Onda (nm)

hipótesis de PLANCK

1900: Planck encuentra una función empírica que reproduce la curva experimental de la radiación del cuerpo negro.

$$\boxed{I(\lambda,T)=\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5(e^{hc/\lambda kT}-1)}}$$

$$\boxed{h=6{,}626x10^{-34}\,J.s}$$

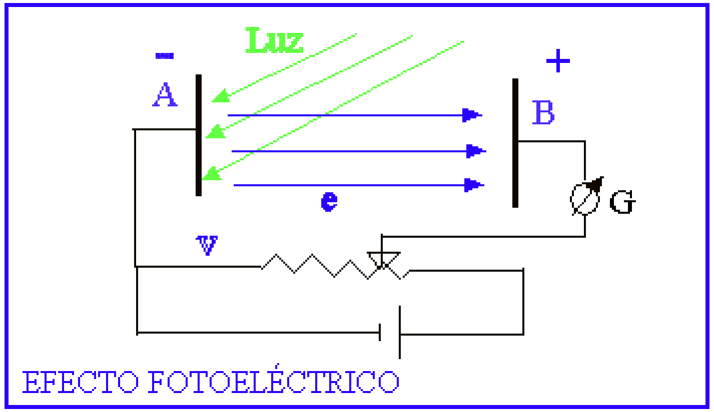
2 hipótesis "controvertidas":

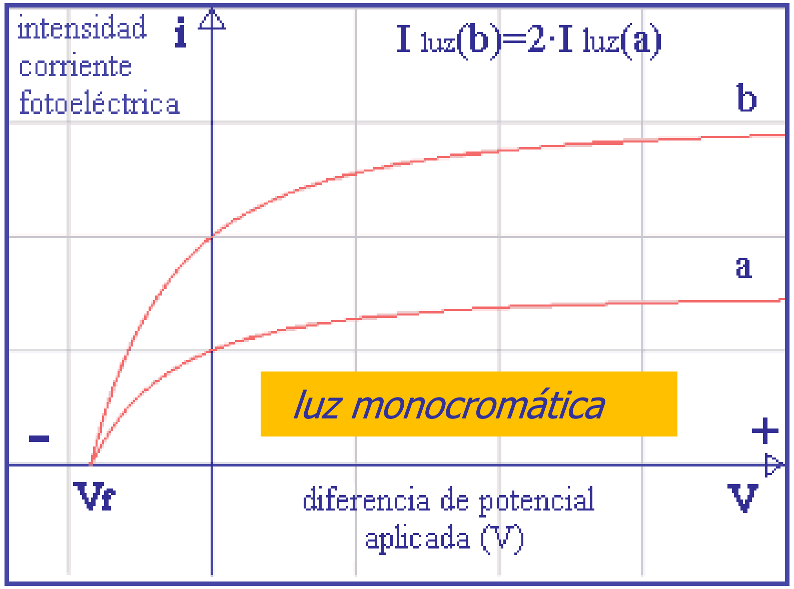
1) Las moléculas ó átomos que emiten radiación al oscilar solo pueden tener valores discretos de energía que son múltiplos de *hf.* Los niveles de energía permitidos se llaman *estados cuánticos*

2) Las moléculas o átomos absorben o emiten energía en cantidades discretas de energía hf (cuantos), saltando de un estado cuántico a otro. Así, la energía de 1 cuanto es la diferencia de energía entre 2 niveles adyacentes de la molécula.

Efecto fotoeléctrico

La incidencia de un haz de luz sobre una superficie metálica hace que se emitan electrones desde la superficie (descubierto por HERTZ)





HECHOS EXPERIMENTALES

- **Para grandes valores del potencial V, la intensidad alcanza un máximo (todos los fotoelectrones son "colectados" por la placa B)**
- **La corriente aumenta cuando se aumenta la intensidad de la luz (efecto esperado)**
- **Si V < 0, los electrones son repelidos por la placa B (solo los e que tengan una E > eV llegarán a la placa B.**
- **Si $V < V_s$ (potencial de frenado), la corriente es 0   ($K_{max} = e\,V_s$)**
- **V_s es independiente de la intensidad de la radiación.**

Características que no se explican con la física clásica (teoría ondulatoria)

1. Existe una frecuencia umbral f para la radiación incidente, por debajo de la cual no se produce efecto fotoeléctrico. Esta frecuencia umbral es característica de cada material (En la física ondulatoria la energía la da la amplitud, no la frecuencia)

2. La energía cinética maxima de los electrones K_{max} es independiente de la intensidad de la luz

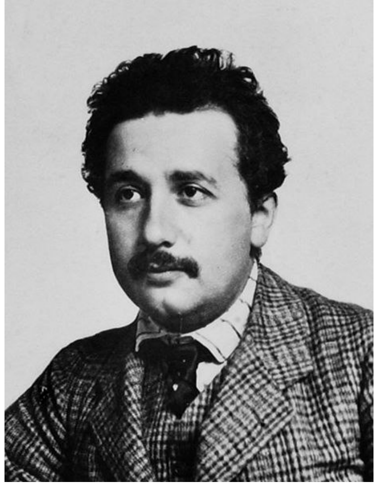
3. El valor de K_{max} aumenta cuando se incrementa la frecuencia de la luz incidente

4. Incluso con muy bajas intensidades del haz de luz, los electrones se emiten de la superficie casi instantáneamente. ($t < 10^{-9}$ s)

Explicación del efecto fotoeléctrico (Einstein,1905)

- **La luz de frecuencia f puede considerarse como una “corriente” de fotones, cada uno con energía E dada por**

$$E = h\,f$$



Así, la luz no está distribuida de modo uniforme sobre el frente de ondas clásico, sino que se encuentra concentrada en regiones discretas (cuantos de luz). Tiene un carácter “corpuscular”.

- **Un fotón transfiere toda su energía a 1 único electrón del metal. Los electrones emitidos desde la superficie poseen la misma energía cinética máxima, dada por:**

$$K_{max} = h\,f - \Phi$$

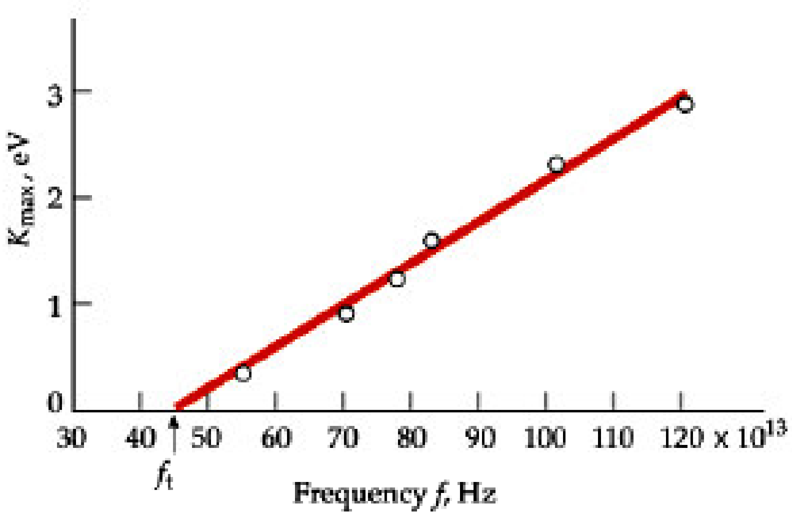
Metal	Φ (eV)
Na	2,28
Cu	4,70
Pt	6,35
Fe	4,50

Función de trabajo **del metal (Φ)**

Energía mínima de enlace del electrón en el metal

Hechos explicables con la teoría de Einstein

1. **Existe una frecuencia umbral f para la radiación incidente, por debajo de la cual no se produce efecto fotoeléctrico. La energía del fotón debe ser mayor que Φ**



2. **K_{max} es independiente de la intensidad de la luz. La intensidad de la luz hace variar el número de fotoelectrones, pero no la energía cinética de los mismos, que solo depende de f y de Φ**

3. **El valor de K_{max} aumenta cuando se incrementa la frecuencia de la luz incidente**

$$K_{max} = h f - \Phi$$

4. **Los electrones se emiten de la superficie casi instantáneamente. ($t < 10^{-9}$ s). Se explica con la teoría corpuscular, ya que la energía se transporta en paquetes y la interacción es 1 fotón-electrón**

Example 17-1

Calculate the photon energies for light of wavelengths 400 nm (violet) and 700 nm (red). (These are the approximate wavelengths at the two extremes of the visible spectrum.)

1. The energy is related to the wavelength by Equation 17-1: $E = hf = \dfrac{hc}{\lambda}$

2. For $\lambda = 400$ nm, the energy is: $E = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{400 \text{ nm}} = 3.10 \text{ eV}$

3. For $\lambda = 700$ nm, the energy is: $E = \dfrac{hc}{\lambda} = \dfrac{1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}}{700 \text{ nm}} = 1.77 \text{ eV}$

Remark We can see from these calculations that visible light contains photons with energies that range from about 1.8 to 3.1 eV.X rays, which have much shorter wavelengths, contain photons with energies of the order of keV. Gamma rays emitted by nuclei have even shorter wavelengths and photons with energies of the order of MeV.

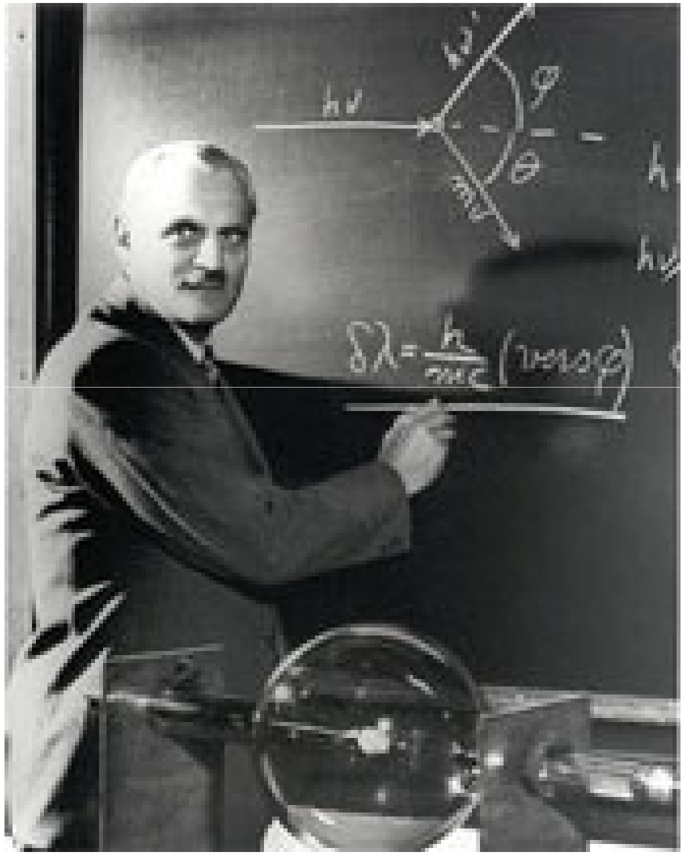
The intensity of sunlight at the earth's surface is approximately 1400 W/m^2. Assuming that the average photon energy is 2 eV (corresponding to a wavelength of about 600 nm), calculate the number of photons that strike an area of 1 cm^2 in 1 s.

Cover the column to the right and try these on your own before looking at the answers.

Steps	*Answers*
1. The number N of photons is related to the total energy.	$E = Nhf = N(2\text{ eV})$
2. Use 1 W = 1 J/s to find the energy in joules striking an area of 1 cm^2 in 1 s.	$E = 0.14\text{ J}$
3. Use the conversion factor $1\text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}$ J to find the energy in eV striking an area of 1 cm^2 in 1 s.	$E = 8.45 \times 10^{17}\text{ eV}$
4. Use this value of E to solve for N.	$N = 4.38 \times 10^{17}$ photons

Efecto Compton

Antes de 1922: Evidencias de que la teoría ondulatoria clásica fallaba al intentar explicar la dispersión de Rayos X con electrones.



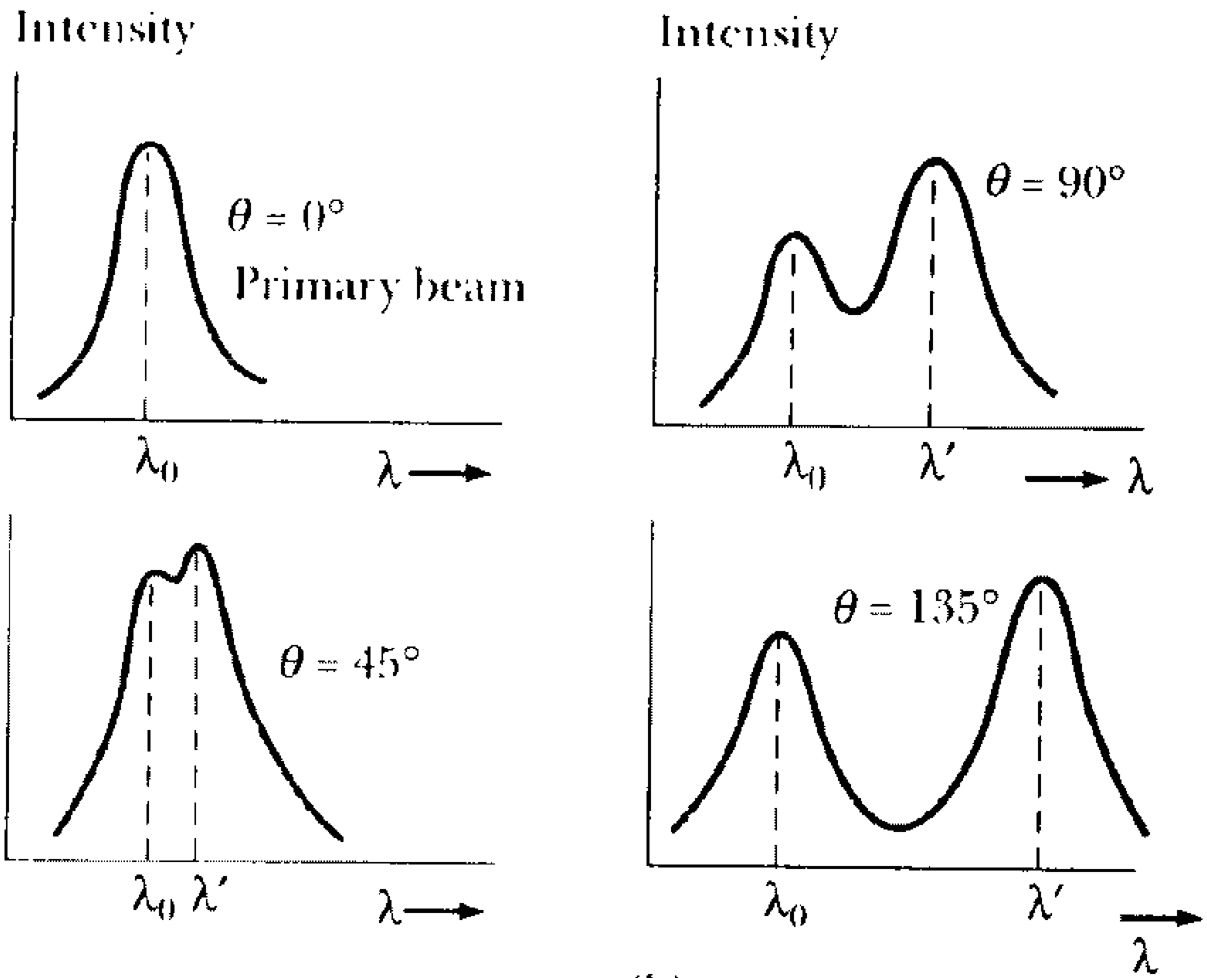
Experimento (1923): Haz de rayos X monocromáticos inciden sobre un blanco de grafito. Para varios ángulos de dispersión, determinó la intensidad y longitud de onda de los rayos X dispersados.

El experimento constituyó una prueba irrefutable de la existencia del fotón

Según la física clásica: Las Ondas electromagnéticas de frecuencia f_o aceleran los electrones y los hacen oscilar y éstos reemiten la radiación a esa misma frecuencia f_o.

Resultado experimental: se observan 2 frecuencias para la dispersión. Hay un desplazamiento en la longitud de onda de los rayos X dispersados, que solo depende del ángulo de dispersión.

λo = 0,071 nm

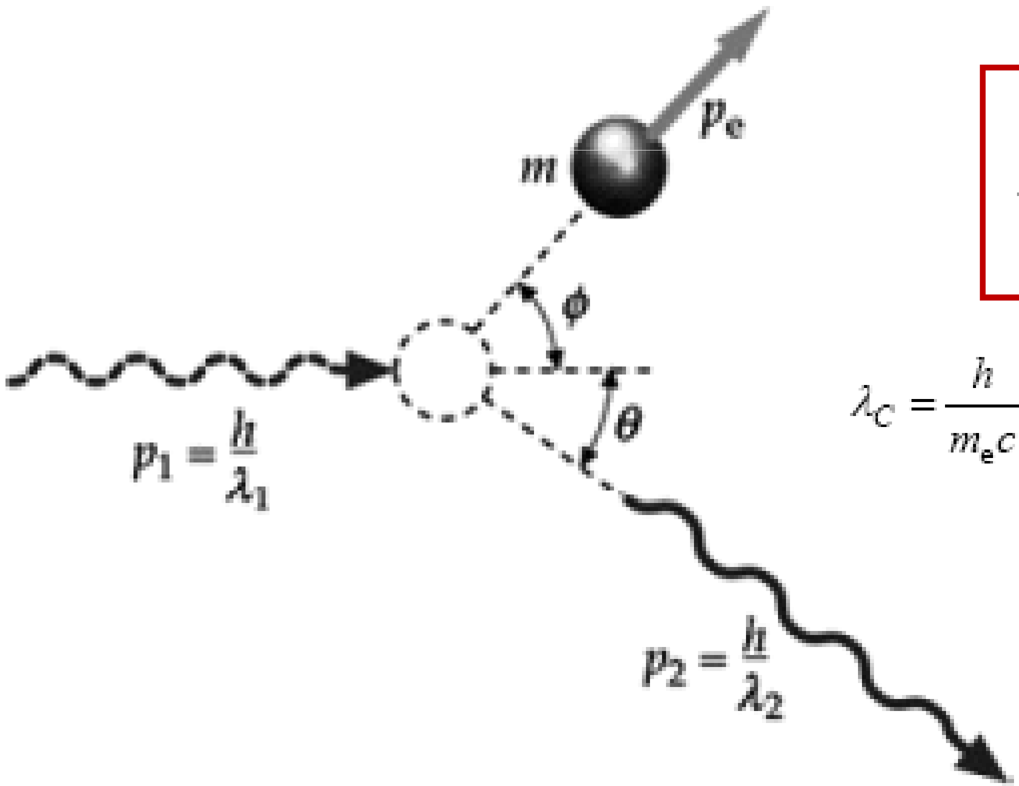


(b)

Análisis

Compton supuso que los Rayos X están compuestos de fotones, los cuales presentan un comportamiento de una partícula chocando elásticamente con los electrones libres, en reposo. Cada fotón "choca" con un electrón

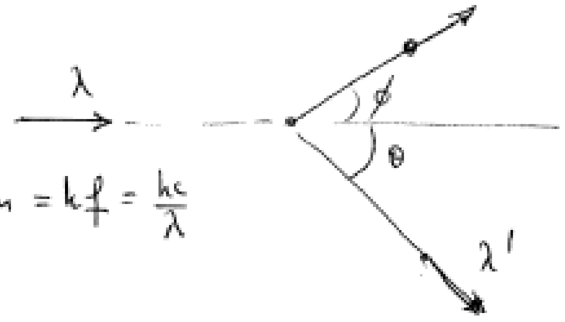
La energía que pierde el fotón se la cede al electrón



$$\boxed{\lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\ \theta)}$$

$$\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = \frac{hc}{m_e c^2} = \frac{1240 \text{ eV.nm}}{5.11 \times 10^5 \text{ eV}} = 2.43 \times 10^{-12} \text{m}$$

ECUACIONES DEL EFECTO COMPTON



$$E_{fotón} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

Conservación energía
$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + T_e \Rightarrow \boxed{\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + (\gamma-1)m_e c^2} \quad (I)$$

$$E_e = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \gamma m_e c^2 = T_e + m_e c^2 \Rightarrow$$

$$E^2 = c^2p^2 + \underset{\underset{0}{\shortparallel}}{m_0^2} c^4 \Rightarrow E_{fotón} = cp \Rightarrow p_{fotón} = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} = p$$

$$p_e = \frac{m_e v}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \gamma m_e v$$

eje x
$$\boxed{\frac{h}{\lambda_0} = \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + \gamma m_e v \cos\phi} \quad (II)$$

eje y
$$\boxed{0 = \frac{h}{\lambda'}\operatorname{sen}\theta - \gamma m_e v \operatorname{sen}\phi} \quad (III)$$

Eliminando v y ϕ de (I), (II) y (III) $\Rightarrow \boxed{\lambda' - \lambda_0 = \frac{h}{m_c}(1-\cos\theta)}$

Example 17-3

An X-ray photon of wavelength 6 pm makes a headon collision with an electron so that it is scattered by an angle of 180° (Figure 17-5). (*a*) What is the change in wavelength of the photon? (*b*) What is the kinetic energy of the recoiling electron?

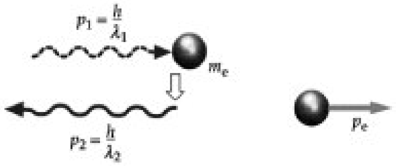


Figure 17-5

Picture the Problem We can calculate the change in wavelength and the new wavelength from Equation 17-8. We then use the new wavelength to find the energy of the scattered photon, and we use conservation of energy to find the energy of the recoiling electron.

(*a*)	Use Equation 17-8 to calculate the change in wavelength:	$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ $= \frac{h}{m_e c}(1-\cos\theta) = 2.43 \text{ pm}(1-\cos 180^\circ)$ $= 2.43 \text{ pm}\,(1-(-1)) = 4.86 \text{ pm}$
(*b*)1.	The energy of the recoiling electron equals the energy of the incident photon E_1 minus the energy of the scattered photon E_2:	$K_e = E_1 - E_2 = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{hc}{\lambda_2}$
2.	Calculate the energy of the incident photon:	$E_1 = \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{6.0 \text{ pm}} = \frac{1.24 \text{ keV}\cdot\text{nm}}{6.0\times10^{-3} \text{ nm}} = 207 \text{ keV}$
3.	Calculate λ_2 from the given wavelength of the incident photon and the change found in step 1:	$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda = 6 \text{ pm} + 4.86 \text{ pm} = 10.86 \text{ pm}$
4.	Use this result to find E_2:	$E_2 = \frac{hc}{\lambda_2} = \frac{1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}}{10.86 \text{ pm}} = \frac{1.24 \text{ keV}\cdot\text{nm}}{10.86\times10^{-3} \text{ nm}} = 114 \text{ keV}$
5.	Substitute the calculated values of E_1 and E_2 to find the energy of the recoiling electron:	$K_e = E_1 - E_2 = 207 \text{ keV} - 114 \text{ keV} = 93 \text{ keV}$:

La naturaleza dual de la luz

- Los fenómenos como el efecto fotoeléctrico o el efecto Compton presentan evidencias irrefutables de que cuando la luz interacciona con la materia, se comporta como si estuviera **compuesta de partículas con energía hf y momento lineal h/λ (hf/c)**

- Las ondas electromagnéticas presentan los fenómenos de interferencia y difracción, que concuerdan con una **interpretación ondulatoria de la luz**

- ¿Qué es lo correcto? **¿Es la luz una onda o un flujo de partículas? Depende del fenómeno a explicar.** Algunos fenómenos pueden ser explicados mejor, o únicamente, mediante el concepto de fotón, mientras otros solo son explicados, o mejor descritos, mediante una interpretación ondulatoria.

- Se deben aceptar ambos modelos y admitir que la verdadera naturaleza de la luz no es descriptible en términos de una sola imagen clásica. **La teoría corpuscular y ondulatoria se complementan entre sí.** Ningún modelo puede emplearse en exclusiva para describir todas las propiedades de la luz.

Ejemplos

Ondas de radio. f = 2,5 MHz; E (fotón) = 10^{-8} eV

Esta energía es extremadamente pequeña para que pueda ser detectada individualmente como un fotón. Para producirse una señal detectable hacen falta unos 10^{10} fotones. (No se manifiesta el carácter corpuscular, sino el ondulatorio)

Visible: Pueden manifestarse ambas características (corpuscular y onda)

Un mismo haz de luz visible puede mostrar interferencia (concepto de onda), como también producir fotoelectrones en algunos metales (concepto de fotón)

Rayos X y γ: Cada fotón presenta una gran energía (> keV).

La absorción de 1 fotón puede ser detectada mediante un solo evento. La naturaleza corpuscular de la luz se hace más evidente. Por el contrario, al disminuir la λ, los fenómenos ondulatorios, como la interferencia y difracción, se hacen más difíciles de observar. (Las aperturas u obstáculos que interponemos son de dimensiones mucho mayores que la λ de los Rayos X o γ)

Propiedades ondulatorias de las partículas

- **De Broglie (1923): "Puesto que los fotones tienen características de onda y de partícula, tal vez todas las formas de la materia tienen propiedades tanto de onda como de partícula".**

- **Los electrones tienen naturaleza dual onda/partícula. Acompañando a cada electrón hay una onda (!! NO electromagnética!!) que guía al electrón a través del espacio.**

Premio Nobel (1929)

Para un fotón

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hc}{c\lambda} = \frac{h}{\lambda}$$

Para una partícula (analogía con el fotón)

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

$$\boxed{f = \frac{E}{h}}$$

Find the de Broglie wavelength of a particle of mass 10^{-6} g moving with a speed of 10^{-6} m/s.

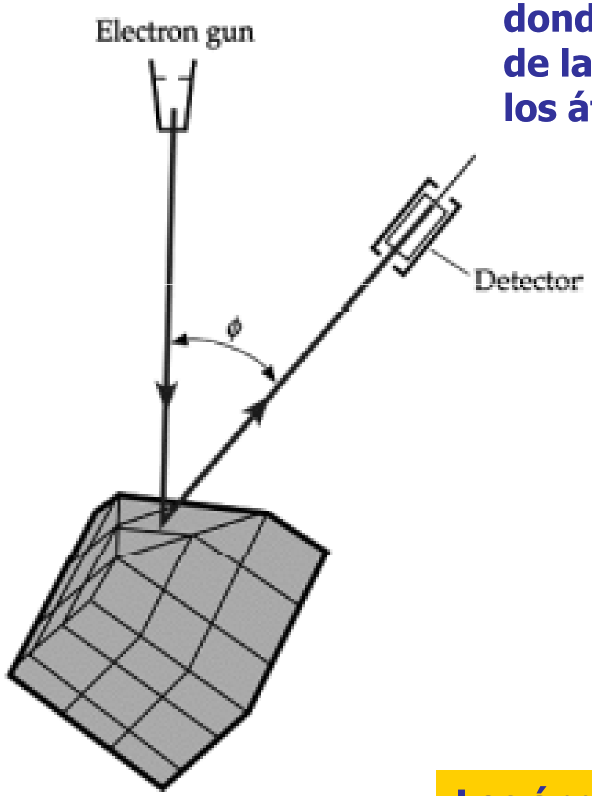
Cover the column to the right and try these on your own before looking at the answer.

Step	*Answer*
Write down the definition of the de Broglie wave-length and substitute the given data.	$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{(10^{-9}\ \text{kg})(10^{-6}\ \text{m/s})}$ $= 6.63 \times 10^{-19}\text{m}$

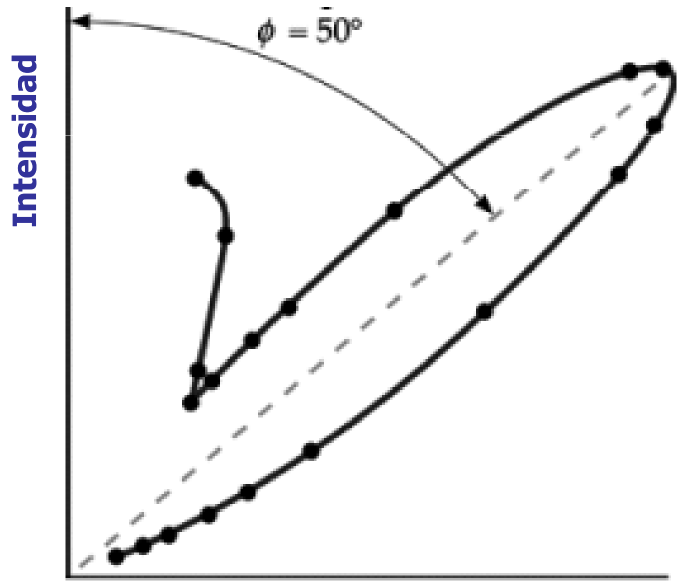
Remark This wavelength is much smaller than the diameter of the atomic nucleus, which is about 10^{-15} m.

Experimento de Davisson-Germer (1927)

- La prueba definitiva de la existencia de las propiedades ondulatorias de los electrones fue la observación de la difracción e interferencia de las “ondas electrónicas”. Los electrones dispersados presentaban intensidades máximas y mínimas para ciertos ángulos.



- Para la radiación electromagnética, los ángulos de dispersión donde se observan las intensidades máximas y mínimas dependen de la longitud de onda de la radiación incidente y del espaciado de los átomos en el cristal.



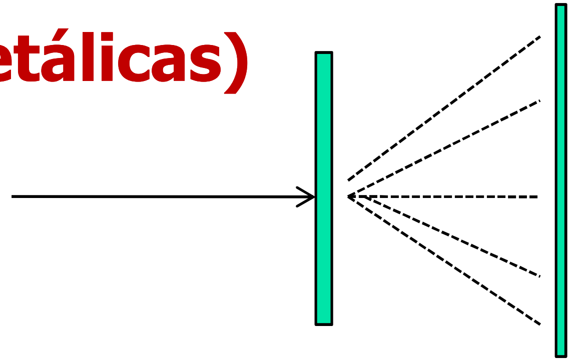
Cristal de Ni

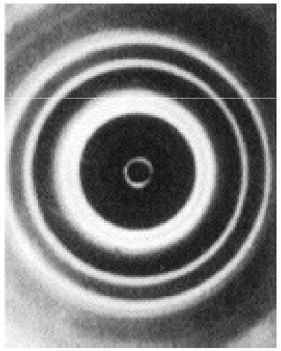
Los ángulos de dispersión encontrados para las intensidades máximas y mínimas correspondían con una longitud de onda en perfecto acuerdo con la proposición de De Broglie.

Experimentos de difracción con partículas

(transmisión en hojas delgadas metálicas)

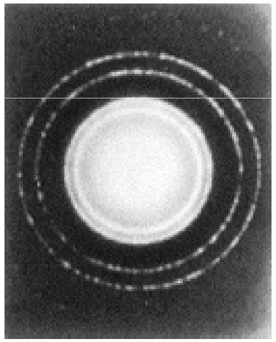
(G.P. Thomson,1928)





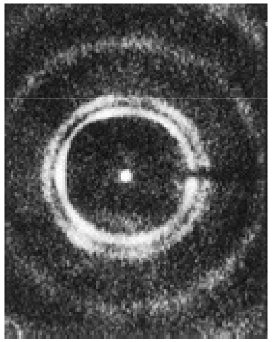
(*a*)

Rayos X
λ = 0,071 nm
Lamina de Al



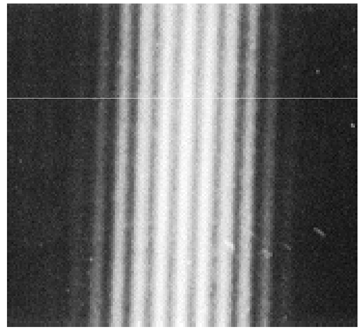
(*b*)

Electrones
600 eV
(λ = 0,050 nm)
Lamina de Al



(*c*)

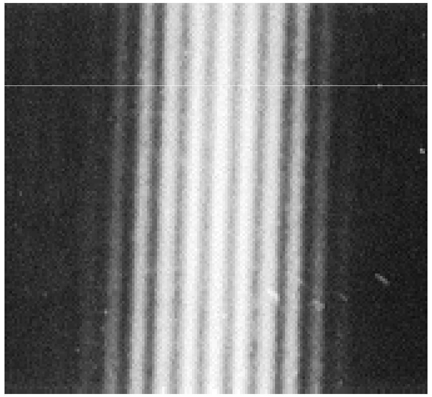
neutrones
0,0568 eV
(λ = 0,12 nm)
Lamina de Cu



(*d*)

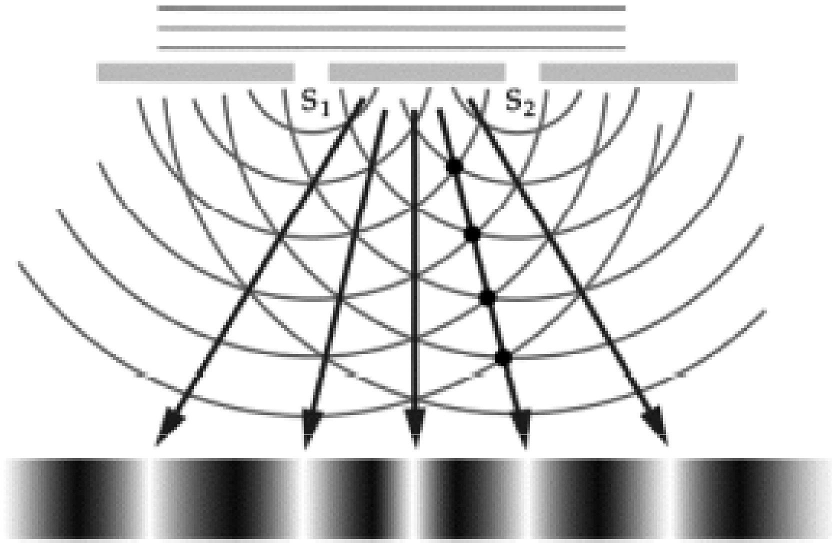
Electrones
pasando por
una doble
rendija

Difracción de electrones por una doble rendija

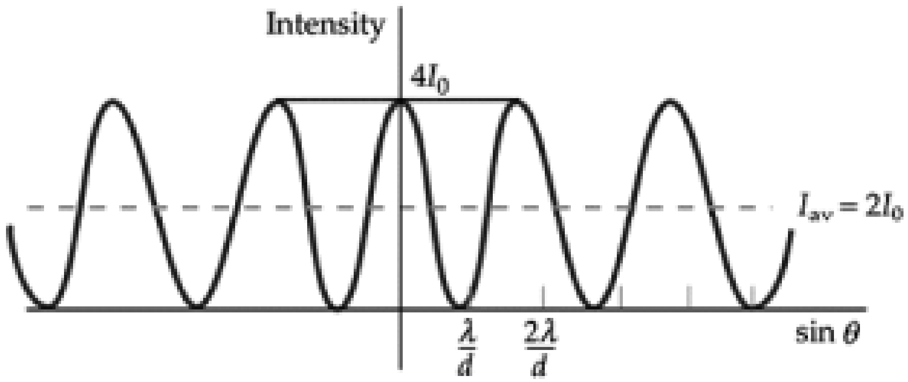


(*d*)

Difracción de la luz por una doble rendija



(*a*)



Principio de incertidumbre

- Según la mecánica clásica, sería posible realizar medidas con incertidumbres arbitrariamente pequeñas y precisión infinita. El único factor limitador son las imperfecciones en los instrumentos de medida.

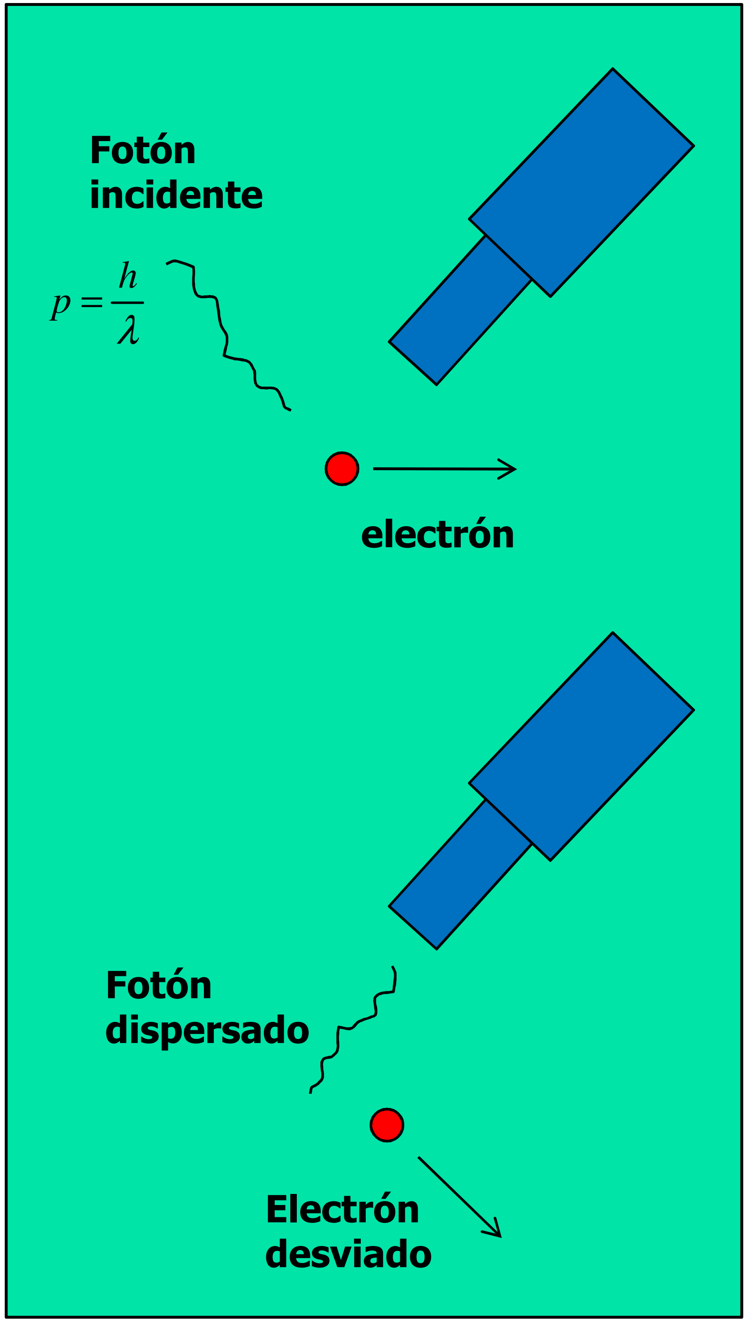
- Según la mecánica **CUÁNTICA**, es fundamentalmente imposible determinar de forma simultánea y con una precisión ilimitada la posición y la cantidad de movimiento de una partícula.

PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE DE HEISSENBERG (1927):

Si la medida de la posición se realiza con una precisión Δx y simultáneamente se mide la cantidad de movimiento con una precisión Δp, el producto de las 2 incertidumbres nunca podrá ser más pequeño que un número del orden de h. Físicamente, es por tanto imposible determinar de forma exacta la posición y el impulso de una partícula.

$$\Delta x \, \Delta p \geq \frac{h}{2\pi}$$

Δx y Δp no son el resultado de las imperfecciones de los instrumentos de medida. Son incertidumbres asociadas a la estructura cuántica de la materia



Experimento ficticio (Heissenberg):

Se observa un electrón con un microscopio para determinar su posición.

- **Cuando el fotón incidente "golpea" al electrón, le cede toda o parte de su energía e impulso p. Por tanto, la incertidumbre en el impulso del electrón puede ser tan grande como el impulso p del fotón incidente.**

$$\Delta p = \frac{h}{\lambda}$$

- **Para determinar la posición del electrón, puedo hacerlo con una precisión dada por la longitud de onda del fotón incidente, debido a los efectos de difracción.**

$$\Delta x = \lambda$$

$$\Delta p\, \Delta x = \lambda \frac{h}{\lambda} = \lambda$$

Esto representa un mínimo en las incertidumbres

$$\boxed{\Delta x\, \Delta p \geq h}$$

Principio de incertidumbre (Energía-Tiempo)

- **Queremos determinar la energía E de un sistema y el instante de tiempo t en el que tiene esa energía.**

- **Existe un límite en la exactitud con la que se puede medir la energía E de un sistema, y la incertidumbre en el tiempo en el que tiene esa energía**

$$\Delta E\,\Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$$

- **CONSECUENCIA: Solo a un sistema que existe "eternamente" podremos asignarle una energía E específica sin ninguna incertidumbre.**

- **Los sistemas cuánticos que son muy inestables (tiempos de vida muy cortos) no tienen una energía bien determinada (gran imprecisión en E)**

Interpretación probabilística de la Mecánica cuántica

❑ **Max Born (1928):** **Las "ondas de materia" están descritas por una función de onda "compleja" Ψ(x,t) , cuyo valor absoluto al cuadrado da la probabilidad de encontrar a la partícula en un punto determinado en algún instante de tiempo. Esta función de onda contiene toda la información que se puede conocer sobre la partícula.**

Probabilidad de encontrar la partícula en el intervalo [x, x+dx]

$$P(x)\,dx = |\Psi|^2 dx = \Psi^* \Psi\, dx$$

❑ **La partícula debe encontrarse en algún lugar del eje x (función normalizada)**

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \Psi\, dx = 1}$$

❑ **Probabilidad de que la partícula se encuentre entre x=a y x=b**

$$\boxed{\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \Psi\, dx = 1}$$

Interpretación probabilística de la Mecánica Cuántica

- Todas las propiedades físicas de una partícula se obtienen a partir de Ψ

Posición media (valor esperado de x)

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x\,|\Psi|^2\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* x\,\Psi\,dx$$

valor esperado de f(x)

$$\langle f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* f(x)\,\Psi\,dx$$

- La mecánica cuántica es imprescindible para poder explicar el comportamiento de los sistemas microscópicos. Cuando la M. Cuántica se aplica a sistemas MACROSCOPICOS, los resultados son idénticos a los de la física clásica

- Ambas formulaciones (Cuántica y Clásica) coinciden cuando la longitud de onda de "De Broglie" es muy pequeña comparada con las dimensiones del sistema.

Ecuación de Schrödinger

- La función de ondas de un sistema debe satisfacer una ecuación de ondas desarrollada por Schrödinger en 1927, al igual que la función de una onda electromagnética debe satisfacer las ecuaciones de MAXWELL.

- El problema esencial de la mecánica cuántica (mecánica ondulatoria) es determinar la solución de esta ecuación para un sistema concreto, que nos da las funciones de onda permitidas y los niveles de energía permitidos para el sistema.

$$-\frac{h^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+U(x)\Psi(x,t)=E\,\Psi(x,t)$$

Ecuación de Schrödinger independiente del tiempo para una partícula confinada a una dimensión

- La ecuación de Schrödinger ha tenido éxito al explicar el comportamiento de los sistemas atómicos y nucleares, donde la física clásica falla. Además, cuando se aplica a sistemas macroscópicos, los resultados son iguales a los obtenidos mediante la formulación clásica de la física.